ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JANVIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES RICHET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès de M. l'abbé *Verschaffel*, Correspondant de l'Académie pour la Section d'Astronomie.

M. **Émile Picard** prend la parole en ces termes :

Notre Correspondant, M. l'abbé **Verschaffel**, dont M. le Président vient d'annoncer le décès, a dirigé pendant vingt-sept ans l'Observatoire d'Abbadia, près de Hendaye, que notre ancien Confrère M. d'Abbadie avait donné à l'Académie en 1896. Il l'a organisé méthodiquement avec un soin extrême. Avec des moyens très modestes en personnel et en matériel, il en a fait un établissement dont les observations méridiennes sont hautement estimées dans le monde astronomique. Véritable entraîneur d'hommes, M. l'abbé Verschaffel a formé des jeunes gens du pays au maniement de la lunette méridienne, où ils ont acquis une grande habileté. C'est ainsi qu'ont été faites les très nombreuses observations se trouvant dans les vingt volumes et dans les divers Catalogues publiés par l'Observatoire d'Abbadia.

D'une ingéniosité admirable, mécanicien autant qu'astronome, M. l'abbé Verschaffel a créé un instrument qui rend d'immenses services dans les observations méridiennes. On sait que pendant longtemps celles-ci furent faites par la laborieuse méthode dite *de l'œil et de l'oreille*. Vers 1850, on commença à enregistrer électriquement, à peu près comme dans le télégraphe Morse, ce qui diminuait la fatigue immédiate de

l'observateur, mais l'enregistrement se faisait sur de longues bandes à développement continu, dont le relevé exigeait beaucoup de temps, chaque pointé demandant la mesure précise d'une longueur. Ce grave inconvénient est totalement supprimé dans le chronographe de M. Verschaffel, qui d'abord imprime jusqu'aux centièmes de seconde les chiffres mêmes des époques des passages successifs de l'astre aux divers fils de la lunette, et qui en outre ne fait dérouler la bande qu'au moment de l'impression avec la longueur strictement nécessaire. Le *chronographe enregistreur* de M. Verschaffel fonctionne depuis 1900 à Abbadia. C'est un instrument dont la mise en train exige du soin de la part de l'observateur, mais qui est plus robuste que les instruments similaires construits depuis pour atteindre le même but, qualité précieuse pour un établissement situé loin des ressources d'un grand centre. M. Verschaffel a en outre établi pour toutes les réductions de grands abaques, qu'il a construits lui-même, rendant le travail plus sûr, moins pénible et plus rapide.

L'Observatoire d'Abbadia s'est associé quelque temps aux travaux de la Carte du Ciel. Il est essentiel de connaître sur chaque cliché photographique la position absolue d'un certain nombre d'étoiles, c'est ce qu'on appelle les étoiles de repaire. M. Verschaffel s'est attaché à l'observation de ces astres relatifs aux zones de Paris et d'Alger; des discussions ultérieures ont montré que l'ensemble de ces observations est d'une remarquable précision.

Notre regretté correspondant poussait la modestie jusqu'à l'extrême limite. Il faisait tout sans bruit, craignant toujours de se mettre en avant. Son chronographe a figuré à l'Exposition universelle de 1900; mais, dans l'introduction qu'il a écrite pour le tome I des publications d'Abbadia, rien n'appelle particulièrement l'attention sur cet instrument, alors tout nouveau, dont la description occupe à peine une page entre divers appareils d'usage courant.

Né en Belgique à Desteldonk près de Gand le 1er mars 1850, M. l'abbé Verschaffel fut quelque temps professeur au Collège de Juilly; il avait été naturalisé français peu après sa venue dans le pays basque, où l'avait appelé M. d'Abbadie, qui, peut-on dire, l'a légué à notre Compagnie. Il a été emporté par la grippe le 24 janvier dernier à Villefranque près de Bayonne, où il s'était retiré après avoir, à notre grand regret, quitté la direction d'Abbadia pour raison de santé. Nous n'oublierons pas le travailleur infatigable qui a consacré de nombreuses années au service de l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations linéaires aux dérivées partielles dans le plan. Domaines à connexion multiple. Construction des intégrales pour des conditions données aux frontières*. Note de M. **Marcel Brillouin**.

I. Aire annulaire :

1. Le premier problème que je veux traiter est le suivant :

Étant données une aire annulaire, et la distribution du potentiel sur chacune des deux frontières, construire une série qui satisfasse formellement à l'équation du *potentiel*

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

dans toute l'aire et prenne les valeurs données au contour.

Opérons d'abord en coordonnées polaires r, α, dans le plan, et supposons que chaque demi-rayon vecteur α ne rencontre la frontière interne qu'en un seul point $r = f(\alpha)$, et la frontière extérieure qu'en un seul point $r = g(\alpha)$, avec $g(\alpha) - f(\alpha) > 0$. Si l'on ne peut pas trouver de point origine qui satisfasse à cette condition, on adoptera des coordonnées curvilignes isothermes (cas particuliers des coordonnées électrostatiques définies dans une Note précédente) $v + ui$, telles que les lignes de force u ne rencontrent chaque frontière $[v = f(u),\ v = g(u)]$ qu'une fois.

2. Je pars des deux suites de fonctions harmoniques

$$(1)\quad \left\{ \begin{array}{l} U_0 = 1, \qquad U_1 = \alpha, \qquad U_2 = \log r, \\ U_{4k-1} = r^k \sin k\alpha, \quad U_{4k} = r^k \cos k\alpha, \quad U_{4k+1} = \frac{1}{r^k} \sin k\alpha, \quad U_{4k+2} = \frac{1}{r^k} \cos k\alpha, \end{array} \right.$$

avec lesquelles je construis, à la manière ordinaire, une suite complète de fonctions harmoniques

$$(2)\quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_0 = 1, \qquad \Phi_1 = n_1[b_1^0 + U_1(r, \alpha)], \qquad \ldots, \\ \Phi_N = n_N[b_N^0 + b_N^1 \Phi_1 + \ldots + b_N^{N-1} \Phi_{N-1} + U_N(r, \alpha)], \qquad \ldots, \end{array} \right.$$

dont les coefficients n, b seront déterminés par les conditions de normalisation [formule (4)].

Remarque. — Les propriétés des fonctions imaginaires permettent d'écrire immédiatement les trajectoires orthogonales (ou lignes de flux) Ψ_N des potentiels Φ_N.

J'écris le potentiel cherché sous la forme

$$(3)\qquad V = \Sigma B_N \Phi_N(r, \alpha).$$

La somme des carrés des erreurs aux deux frontières, affectées, si on le juge utile, d'un facteur d'importance [1] (ou poids) $I_f(\alpha)$, $I_g(\alpha)$ toujours positif, est

$$\int_0^{2\pi} d\alpha \{ I_f(\alpha) \,|\, \Sigma B_N \Phi_N[f(\alpha), \alpha] - V_1(\alpha) \,|^2 + I_g(\alpha) \,|\, \Sigma B_N \Phi_N[g(\alpha), \alpha) - V_2(\alpha) \,|^2 \},$$

Pour satisfaire aux conditions aux contours, je rends cette somme minimum, conformément aux principes de la méthode des moindres carrés, et je choisis les coefficients n, b, de manière à déterminer les coefficients B_N un à un. C'est ce qu'on obtient en prenant comme conditions de normalisation

$$(4)\qquad \int_0^{2\pi} d\alpha [I_f \Phi_N(f, \alpha) \Phi_M(f, \alpha) + I_g \Phi_N(g, \alpha) \Phi_M(g, \alpha)] = \begin{cases} 0, & M \neq N, \\ 1, & M = N, \end{cases}$$

d'où

$$(5)\qquad B_M = \int_0^{2\pi} d\alpha I_f \Phi_M(f, \alpha) V_1(\alpha) + \int_0^{2\pi} d\alpha I_g \Phi_M(g, \alpha) V_2(\alpha).$$

Je me borne à cette construction purement formelle, sans discuter les difficultés qui peuvent se présenter, exceptionnellement je crois.

La construction du potentiel cherché se poursuit de la même manière lorsque les données au contour sont les dérivées normales, ou même des relations linéaires entre le potentiel et sa dérivée normale (*loc. cit.*, p. 179 et suiv.).

3. Je passe maintenant aux *Équations linéaires quelconques aux dérivées partielles*.

Possédant la solution précédente, je vais former l'intégrale W pour une équation quelconque linéaire aux dérivées partielles

$$(6)\quad 0 = L(W) \equiv a \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + a_1 \frac{\partial W}{\partial x} + b_1 \frac{\partial W}{\partial y} + c_1 W + d_2,$$

en ajoutant à V une fonction convenable, nulle sur les deux frontières.

Une suite complète, à deux indices entiers p, q, de fonctions nulles sur

---

(1) M. Brillouin, *Ann. de Phys.*, 9e série, 6, 1916, p. 132-233; voir p. 144.

les deux frontières, est, par exemple,

$$(7)\qquad \begin{cases} \varphi_{p,2q-1}(r,\alpha)=\sin q\alpha.\sin p\pi\dfrac{r-f(\alpha)}{g(\alpha)-f(\alpha)}, \\ \varphi_{p,2q}(r,\alpha)=\cos q\alpha.\sin p\pi\dfrac{r-f(\alpha)}{g(\alpha)-f(\alpha)}. \end{cases}$$

Je les range en ordre linéaire, à un seul indice entier N ;

$$n^2 < \mathrm{N} \leqq (n+1)^2, \qquad \mathrm{N}=n^2+m \begin{cases} m \leqq n+1, & p=n, \quad q=k-1, \\ m \geqq n+1, & p=2n+1-m, \quad q=n. \end{cases}$$

Je forme avec les φ_{N} une nouvelle suite complète

$$(8)\qquad \begin{cases} \vartheta_1=\varphi_1, \qquad \vartheta_2=\nu_1(\beta_2^1\vartheta_1+\varphi_2)\ldots, \\ \vartheta_{\mathrm{N}}=\nu_{\mathrm{N}}(\beta_{\mathrm{N}}^1\vartheta_1+\beta_{\mathrm{N}}^2\vartheta_2+\ldots+\varphi_{\mathrm{N}}), \end{cases}$$

à normaliser convenablement (formule 10).

Je prends, pour satisfaire à l'équation aux dérivées partielles, la suite

$$(9)\qquad \mathrm{W}=\mathrm{V}+\Sigma \mathrm{C}_{\mathrm{N}}\vartheta_{\mathrm{N}}.$$

La somme des carrés des erreurs, pour toute l'aire annulaire, avec le facteur d'importance partout positif $\mathrm{K}(r, \alpha)$, judicieusement choisi, est

$$\int_0^{2\pi} d\alpha \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)} \mathrm{K}(r,\alpha)\,[\mathrm{L}(\mathrm{V}+\Sigma \mathrm{C}_{\mathrm{N}}\vartheta_{\mathrm{N}})]^2\, r\, dr,$$

qu'on rend minimum, pour satisfaire le mieux possible dans tout l'anneau à l'équation $\mathrm{L}(\mathrm{V}+\Sigma \mathrm{C}_{\mathrm{N}}\vartheta_{\mathrm{N}})=0$.

Avec la condition de normalisation

$$(10)\qquad \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)} \mathrm{K}(r,\alpha)\,\vartheta_{\mathrm{M}}(r,\alpha)\,\vartheta_{\mathrm{N}}(r,\alpha)\, r\, dr = \begin{cases} 0, & \mathrm{M}\neq \mathrm{N}, \\ 1, & \mathrm{M}=\mathrm{N}, \end{cases}$$

les coefficients C_{N} sont donnés par

$$(11)\qquad \mathrm{C}_{\mathrm{N}} = -\int_0^{2\pi} d\alpha \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)} \vartheta_{\mathrm{N}}(r,\alpha).\mathrm{L}(\mathrm{V}).\mathrm{K}(r,\alpha).r\, dr,$$

ce qui résout le problème.

A première vue, la fonction harmonique V étant déterminée sans ambiguïté, il ne semble pas [qualité ou défaut ?] que le caractère hyperbolique ou parabolique de l'équation $\mathrm{L}=0$ doive créer de difficulté dans l'évaluation des coefficients C_{N} ; mais il reste à examiner la question, toujours délicate, de la convergence des séries ainsi construites.

4. *Remarque importante.* — La suite de fonctions Φ ne dépend que de *la forme* des frontières; elle est indépendante des valeurs données $V_1(\alpha)$, $V_2(\alpha)$ de la fonction cherchée sur ces frontières.

La suite des fonctions $\mathcal{V}_N$ ne dépend que de *la forme* des frontières; elle est la même quelle que soit l'équation $L(W)=0$, si toutefois on conserve le même facteur d'importance $K(r, \alpha)$, d'ailleurs arbitraire.

On peut traiter de même le cas où l'une ou l'autre des données aux frontières est la dérivée normale. La seule différence intéressante porte sur le choix des fonctions simples φ_N qui ont une dérivée normale identiquement nulle sur l'une ou l'autre des frontières.

La complication de forme des φ_N augmente, sans être inabordable, lorsque la donnée à la frontière est une relation linéaire entre la fonction W et ses dérivées premières.

Des indications à ce sujet seront données ailleurs.

II. Aire de connexion multiple quelconque :

5. Le mode de construction des intégrales est exactement le même que pour une aire annulaire, à la condition d'employer les coordonnées électrostatiques décrites dans une précédente Note (16 janvier).

Il ne semble pas y avoir d'autre difficulté que la recherche, de caractère purement algébrique, de la correspondance entre la définition en coordonnées cartésiennes des conditions données sur les contours et l'expression de ces mêmes conditions à l'aide de la coordonnée de flux u. La complication provient de ce que le contour continu d'un îlot est décrit par la coordonnée u en deux ou plusieurs arcs, de u_1 à u_2, puis de u_i à u_{i+1}, etc.

Une fois cette correspondance bien décrite, pour tous les îlots, aucune difficulté nouvelle ne semble à prévoir dans la structure de l'intégrale.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration par quadratures de l'équation des lignes géodésiques.* Note [1] de M. **Jules Drach.**

Il s'agit ici de la *détermination des cas où l'équation des lignes géodésiques*, pour l'élément linéaire : $ds^2 = 4\lambda\, du\, dv$, équation qui s'écrit

$$\text{(1)}\qquad A(f) = \lambda \frac{\partial f}{\partial u} + w \frac{\partial f}{\partial v} + 2w \frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial w} = 0,$$

en posant $w = \lambda \dfrac{dv}{du}$, *possède une intégrale première de la forme*

$$\text{(2)}\qquad \Phi = a + m_0 \log w + \Sigma m_i \log(w - \gamma_i) \qquad (i = 1, \ldots, p),$$

(1) Séance du 23 janvier 1933.

où les éléments γ_i et a sont, comme λ, des fonctions de u et v à trouver et les m_i des constantes complexes quelconques DONNÉES.

La méthode et son application au cas des intégrales rationnelles en w ont été exposées déjà [1]; nous traitons aujourd'hui le cas *général* où m_0 et $m_1 + \ldots + m_p$ sont différents de zéro. Le cas *singulier* est celui où ces deux quantités sont nulles. Il n'y a pas de difficulté si une seule est nulle.

I. *a*. Supposons d'abord $m_0(m_1 + \ldots + m_p) \neq 0$.

On trouve aisément, pour déterminer les γ_i et λ, le système (S_0) des relations $\lambda\,\partial\gamma_i/\partial u + \gamma_i\,\partial\gamma_i/\partial v - 2\gamma_i\,\partial\lambda/\partial u = 0$ $(i = 1, \ldots, p)$ avec $-2m_0 \log\lambda = m_1 \log\gamma_1 + \ldots + m_p \log\gamma_p$; a est une constante qu'on peut prendre égale à zéro. C'est ce système que nous allons intégrer; il *équivaut* à une équation aux dérivées partielles d'ordre p, pour une fonction inconnue des variables u et v, équation que l'on ne peut songer à former. La méthode consiste toujours dans l'introduction des éléments Φ_i, *caractéristiques d'Ampère*, définis par $\Phi_i = m_0 \log\zeta_i + \Sigma\, m_k \log(\zeta_i - \gamma_k)$, où les ζ_i sont les p racines de l'équation $\partial\Phi/\partial w = m_0/w + \Sigma\, m_k/w - \gamma_k = 0$.

Le système (S_0) peut se remplacer par

$$\text{(S)} \qquad \lambda\, dv - \zeta_i\, du = \Gamma_i\, d\Phi_i;$$

on y regarde u, v et les Φ_i comme des variables indépendantes et l'on cherche à trouver les Γ_i de manière que ce système (S) possède p combinaisons intégrables. Leurs intégrales égalées à des constantes définiront les Φ_i en u et v, par suite aussi les γ_i, ζ_i et λ qui sont des fonctions algébrico-logarithmiques *connues* des Φ_i.

b. Le calcul des dérivées de ces éléments est facilité par l'introduction des systèmes orthogonaux de l'espace euclidien à p dimensions où les coordonnées cartésiennes étant x_i, avec $x_i^2 = m_i\gamma_i$, les surfaces $\Phi_i =$ const. sont deux à deux orthogonales.

On a, par exemple, $\partial w / \partial\Phi_k = w / [\zeta_k \Phi''(\zeta_k)(\zeta_k - w)]$, où $\Phi''(\zeta_k) = -m_0/\zeta_k^2 - \Sigma\, m_i/(\zeta_k - \gamma_i)^2$. Ces formules sont vérifiées par les γ_i et si $(i \neq k)$ par les ζ_i.

On parvient aux Γ_i en considérant la deuxième intégrale de (1) donnée par la quadrature

$$(3) \qquad d\psi = \frac{\lambda\, dv - w\, du}{w^{\frac{3}{2}} \dfrac{\partial\Phi}{\partial w}} = \frac{(\lambda\, dv - w\, du)(w - \gamma_1)\ldots(w - \gamma_p)}{\sqrt{w}\,(w - \zeta_1)\ldots(w - \zeta_p)},$$

---

[1] *Proceedings of the Int. Congress of Toronto*, **1**, 1924, p. 484-494; cf. aussi *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 1155.

qui s'écrit aussi en tenant compte de (S) :

$$(4)\qquad d\psi = \frac{A\lambda\, dv}{\sqrt{w}} - \sqrt{w}\, du + \sum \frac{\sqrt{w}}{w-\zeta_i} A_i\, d\Phi_i,$$

avec $A m_0 = m_1 + \ldots + m_p$; $\Gamma_i = A_i \zeta_i^2 \Phi''(\zeta_i)$.

Nous exprimons que $d\psi$ est *différentielle exacte* en u, v, Φ_i pour tout w défini par (2); cela donne $A_i = \partial\theta/\partial\Phi_i$ avec

$$\theta = A\lambda v + \mu u + \omega \quad \text{où} \quad 2(m_0 + \ldots + m_p)\mu = -\Sigma m_i \gamma_i,$$

ω désignant la solution générale du système de Laplace *complètement intégrable*

$$(\Omega)\qquad \frac{\partial}{\partial\Phi_k}\left(\frac{\lambda}{\zeta_i}\frac{\partial\omega}{\partial\Phi_i}\right) = \frac{\partial}{\partial\Phi_i}\left(\frac{\lambda}{\zeta_k}\frac{\partial\omega}{\partial\Phi_k}\right),$$

dont λ, μ et $\sqrt{w}$ sont des solutions particulières. Ce système (Ω) correspond à un système *conjugué* où l'on a $h_i = 1/\sqrt{\zeta_i \Phi''(\zeta_i)}$. La fonction ω étant déterminée, l'identification des deux expressions (3) et (4) de $d\psi$ conduit, en faisant $w = \gamma_i$, aux relations *différentielles exactes* $\delta\psi_i = 0$ dont les intégrales sont $A\lambda v/\sqrt{\gamma_i} - \sqrt{\gamma_i}u + \int \Sigma\left[\sqrt{\gamma_k}/(\gamma_k - \zeta_i)\right](\partial\omega/\partial\Phi)\, d\Phi_i = b_i =$ const.

Ces p relations définissent les Φ_i en u, v. Tout est fini. On aura également l'*intégrale finie de l'équation des lignes géodésiques*, sous la forme

$$\frac{A\lambda v}{\sqrt{w}} - \sqrt{w}\, u + \int \sum \frac{\sqrt{w}}{w-\zeta_i}\frac{\partial\omega}{\partial\Phi_i} d\Phi_i = \Psi,$$

avec les constantes Φ et Ψ, en remplaçant, *après intégration*, les Φ_i par leurs valeurs en u, v.

c. L'intégration complète par quadratures de (Ω) se fait en partant de la solution $\sqrt{w}$ qui dépend de Φ, ou mieux de la solution $\dfrac{\partial\sqrt{w}}{\partial\varphi} = \dfrac{1}{2\sqrt{w}\,\partial\Phi/\partial w}$, et généralisant cette solution. Les points singuliers de l'intégrale $\displaystyle\int \frac{f(\Phi)\, d\Phi}{\sqrt{w}\,\partial\Phi/\partial w}$, où $f(\Phi)$ est arbitraire, correspondent à $w = \zeta_i$, c'est-à-dire à $\Phi = \Phi_i$; on aura p intégrales distinctes en prenant des contours fermés convenables du plan complexe Φ, comme je l'ai indiqué récemment [1]. Mais il est préférable, en posant $\partial\omega/\partial\Phi_i = h_i E_i$, de remplacer ($\Omega$) par un système linéaire $\partial E_i/\partial\Phi_j = \beta_{ij} E_j$ qui ne dépend que des β_{ij} de Darboux (on a ici encore $\beta_{ij} = \beta_{ji}$). Pour la solution $\sqrt{w}$ de (Ω) on aura $\partial\sqrt{w}/\partial\Phi_i = h_i \varepsilon_i$

---

[1] *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1337.

avec $\varepsilon_i = h_i\sqrt{w}/2(\zeta_i - w)$ et les intégrales à envisager $\int \sqrt{w}\, f(\Phi)\, d\Phi/2(w - \zeta_i)$ n'ont, en dehors des points de ramification de w, que le point singulier $\Phi = \Phi_i$.

II. *a*. L'étude du cas où $m_0 = m_1 + \ldots + m_p = 0$ est délicate : on peut donner à l'intégrale Φ la forme $\Phi = u + \Sigma m_i \log(w - \gamma_i)$ et l'on trouve une condition $v - u = \Sigma m_i \log \gamma_i$ qui s'ajoute aux p relations

$$\lambda \frac{\partial \gamma_i}{\partial u} + \gamma_i \frac{\partial \gamma_i}{\partial v} - 2\gamma_i \frac{\partial \lambda}{\partial u} = 0$$

pour déterminer les γ_i et λ.

Les caractéristiques, *autres que* u *et* v, sont en nombre $(p-2)$, car $\partial\Phi/\partial w = 0$ n'a que $(p-2)$ racines. Pour appliquer la méthode, nous avons introduit une fonction *auxiliaire :* $\mu = \Sigma m_i \gamma_i$, telle que $\mu = \text{const.}$ forme avec les surfaces $\Phi_i - u = \text{const.}$, $v - u = \text{const.}$ un système orthogonal de l'espace euclidien x_i, où $x_i^2 = m_i \gamma_i$.

Ceci nous a conduit, en raison de l'homogénéité d'ordre zéro des $\Phi_i - u$, à poser $w = \mu t$ et à envisager le nouveau problème aux variables u, v, t, c'est-à-dire la *détermination de l'équation*

$$(5) \qquad \frac{1}{m} \mathrm{A}(f) = \mathrm{A}'(f) = l \frac{\partial f}{\partial u} + mt \frac{\partial f}{\partial v} + 2t \left(\frac{\partial l}{\partial u} - t \frac{\partial m}{\partial v} \right) \frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

où l'on a $\lambda = lm$, $\mu = m^2$, *de manière qu'elle possède une intégrale première* $\Phi = u + \Sigma m_i \log(t - g_i)$ *et qu'on ait, en outre*, $\Sigma m_i g_i = 1$.

Les $(p-2)$ racines de $\partial\Phi/\partial t = 0$ étant désignées par $\theta_3, \ldots, \theta_p$, il leur correspond des *variables caractéristiques* : $\Phi_i = u + \Sigma m_k \log(\theta_i - g_k)$; les g_i, θ_i sont des fonctions algébrico-logarithmiques connues des $(p-1)$ différences $\Phi_i - u$, $v - u$; t dépend en outre de u.

La détermination des Γ_i de manière que le système (S)

$$(\mathrm{S}) \qquad l\, dv - m\theta_i\, du = \Gamma_i\, d\Phi_i$$

possède $(p-2)$ combinaisons intégrables ne se fait plus de même. La deuxième intégrale ψ de (5) est encore donnée par

$$(6) \qquad d\psi = \frac{l\, dv - mt\, du}{t^{\frac{3}{2}} \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}} = \frac{(l\, dv - mt\, du)(t - g_1)\ldots(t - g_p)}{t^{\frac{3}{2}}(t - \theta_3)\ldots(t - \theta_p)},$$

expression que l'introduction des Φ_i, par (S), permet d'écrire

$$(7) \qquad d\psi = \sqrt{t} \left\{ m\, du \left(-t + \mathrm{R} + \frac{1}{\sigma t} \right) + l\, dv \left(1 - \frac{1}{\sigma t^2} + \frac{\mathrm{S}}{\sigma^2 t} \right) + \sum \frac{\mathrm{B}_i\, d\Phi_i}{t - \theta_i} \right\}$$

en posant $R = \Sigma m_i g_i^2$, $\sigma = \Sigma m_i/g_i$, $S = \Sigma m_i/g_i^2$. Mais on ne peut déterminer les B_i de manière que (7) soit différentielle exacte.

b. En observant que l'identification des deux formes de $d\psi$ donne les équations

$$d\psi_i = m\,du\left(-g_i + R + \frac{1}{\sigma g_i}\right) + l\,dv\left(1 - \frac{1}{\sigma g_i^2} + \frac{S}{\sigma^2 g_i}\right) + \sum \frac{B_k\,d\Phi_k}{g_i - \theta_k} = 0,$$

nous avons été conduits à écrire que les *différences* $(\delta\psi_i - \delta\psi_1)$, où $(i = 2, \ldots, p)$, sont différentielles exactes. Ceci donne les conditions $B_k = \partial\theta/\partial\Phi_k$, où θ satisfait d'abord au système de Laplace, complètement intégrable, *indépendant de v*,

$$(A) \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial\Phi_i\,\partial\Phi_k} - \frac{1}{\Phi''(\theta_k)(\theta_k - \theta_i)^2}\frac{\partial\theta}{\partial\Phi_i} - \frac{1}{\Phi''(\theta_i)(\theta_i - \theta_k)^2}\frac{\partial\theta}{\partial\Phi_k} = 0;$$

on a en outre les relations $m = \partial a(u)/\partial u$, $l\sigma = a(u) + b(v)$, les fonctions $a(u)$ et $b(v)$ étant *arbitraires* et enfin des équations *non homogènes :*

$$(A') \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial\Phi_i} + (2\theta_i - R)\frac{\partial\theta}{\partial\Phi_i} = \frac{\frac{\partial a}{\partial u}}{\Phi''(\theta_i)}\left(1 + \frac{1}{\sigma\theta_i^2}\right); \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial\Phi_i} = (a+b)\frac{\partial}{\partial\Phi_i}\left(\frac{S}{\sigma^3}\right).$$

Le système (A) donne les expressions $h_i = 1/\sqrt{\Phi''(\theta_i)}$ et peut se remplacer par (L) : $\partial E_i/\partial\Phi_j = \beta_{ij}E_j$ où $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ *ne dépend plus de u et de v*. Les équations (A′) donnent alors :

$$(L') \qquad \frac{\partial E_i}{\partial u} = h_i\frac{\partial a}{\partial u}\left(1 + \frac{1}{\sigma\theta_i^2}\right), \qquad \frac{\partial E_i}{\partial v} = h_i(a+b)\frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{(\sigma\theta_i^2)}.$$

Les E_i connus, on définit les Φ_i par les relations intégrales $\int(\delta\psi_i - \delta\psi_1) = c_i$, les c_i étant des constantes, nécessairement liées par la relation

$$m_2c_2 + \ldots + m_pc_p = 0.$$

L'intégrale générale de l'équation des géodésiques est, de même, donnée par $\int\left(1/\sqrt{i}\,d\psi - \delta\psi_1\right) = \psi$ *avec les constantes* Φ et ψ, où l'on remplace les Φ_i par leur expression en u, v; enfin l'on a $\lambda\sigma = (a+b).\partial a/\partial u$.

c. L'intégration complète de (A, A′) se fait par quadratures en partant de l'intégrale générale du système *homogène*, suivant la méthode de Cauchy ; nous avons indiqué plus haut la méthode pour le système homogène. Mais il vaut mieux intégrer (L) en partant de la solution, dépendant de Φ, qui correspond à $\theta = t$, c'est-à-dire $\partial t/\partial\Phi_i = h_i\varepsilon_i$, $\varepsilon_i = (h_i/\theta_i).t/(\theta_i - t)$.

Le détail de ces calculs, l'examen des cas singuliers et les applications particulières seront publiés ailleurs ; nous reviendrons ici sur les raisons d'ordre général qui expliquent le succès de la méthode.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Essai d'une théorie expliquant le rôle des mycorhizes de la Canne.* Note de M. **J. Costantin.**

Le Champignon des mycorhizes de la Canne à sucre a été découvert par Treub en 1885. Il lui donna le nom provisoire de *Pythium* : il croyait avoir affaire à une Péronosporée. Ce mot avait déjà été employé par lui, dès 1880, dans ses célèbres recherches sur les prothalles des Lycopodes qui donnèrent une base solide à la conception de la symbiose ; il est équitable de rappeler que ceci avait été entrevu en 1885 par De Bary. Il est à noter que ni De Bary, ni Treub n'ont signalé que le genre Lycopode est un genre montagnard; j'ai été, je crois, le premier à signaler ce fait important (¹).

Or, en 1885, Treub fut très surpris de découvrir que le *Pythium* de la Canne existait dans des plantes ayant le Séreh, maladie apparue officiellement à Java, en 1883. Ce même Champignon ayant été retrouvé à nouveau sur cette plante dégénérée par Soltwedel, puis par Krüger, on fut amené à penser qu'il ne s'agissait pas dans ce cas d'un symbiote mais bien d'un parasite grave et cause du Séreh.

On sait tous les mirages que rencontrèrent et poursuivirent en vain tous les chercheurs qui s'attaquèrent à ce difficile problème. Soltwedel, en 1886, remarqua qu'une Anguillule, le *Tylenchus Sacchari* Soltwedel, existait sur les Cannes malades et pouvait bien être aussi la cause de leur altération.

L'hypothèse de Treub sur le *Pythium* de la Canne a été battue en brèche par Wakker, mais il était réservé à Tschirch, en 1891, d'établir avec certitude que ce Champignon n'était pas parasite et entrait dons la constitution des mycorhizes de la Canne. C'est là une importante découverte.

J'ai émis l'hypothèse, en 1922 puis en 1927, que les mycorhizes pouvaient avoir un lien avec la dégénérescence. Cette opinion n'a pas toujours été bien comprise par les savants éminents qui étudiaient cette dernière question si difficile. Comme ils croyaient, avec juste raison d'ailleurs, avoir découvert dans les ultra-virus la cause de ces graves

(¹) *Caractère montagnard du genre* Lycopdium L. (*Bull. Mus.*, 32, 1926, p. 416).

phénomènes pathologiques, ils ne concevaient pas comment on pouvait voir aucun rapport avec les Champignons symbiotiques. Ce rapport existe cependant et il découle de l'action de l'altitude sur la dégénérescence (Canne, Pomme de terre).

Ce qu'il s'agit d'expliquer, ce n'est pas *cause* de la dégénérescence, mais la *raison de sa guérison*. Selon moi, la cause du mal c'est le virus, la raison de sa disparition c'est l'existence de mycorhizes.

Il est vrai qu'on a pensé expliquer l'efficacité du traitement montagnard contre ces affections en faisant remarquer qu'elles ne se propagent par sur les hauteurs tandis qu'elles abondent dans la plaine. Le virus dans les contrées basses s'étend grâce à la présence des pucerons qui transportent le virus des plantes malades sur les plantes saines. Il ne peut pas en être ainsi sur les montagnes, disait-on, puisque les insectes vecteurs manquent.

Malheureusement les observations précédentes ne sont pas toujours vraies : parfois il peut y avoir de la dégénérescence en montagne et même beaucoup; d'autre part, les pucerons peuvent y exister. Ainsi donc la théorie d'après laquelle ces maladies sont transmises par les insectes n'explique pas le rôle assez singulier de l'altitude.

L'emploi de boutures alpestres est reconnu efficace contre le Séreh de la Canne depuis 43 ans d'expérimentation agricole en grand. Il faut donc découvrir comment une pareille technique certaine peut agir.

Il y a d'ailleurs un fait qui ne peut être compris s'il y a des pucerons ou même s'il n'y en a pas, c'est le suivant : pourquoi les Cannes élevées en montagne *résistent-elles* pendant six ans au moins en plaine quand on y fait de nouvelles plantations. Ceci m'amène à revenir à ma théorie.

Avant que Soltwedel (mort en 1889) ait proposé l'emploi de pépinières montagnardes contre de Séreh, il a essayé la *sélection en plaine* qui consiste à détruire les plantes malades pour isoler les plantes saines. Comment a-t-il procédé ? 1° Il a pu d'abord récolter ces dernières, sans aucun symptôme pathologique afin de les débiter en tronçons de tiges ou boutures pour les nouvelles cultures. Ce traitement est efficace; on a toujours constaté depuis, notamment Kuijper en 1925, qu'il y avait de 20 à 60 pour 100 de pieds contaminés. 2° il est probable, au moins au début, que Soltwedel a aussi utilisé les pieds les moins malades en éliminant toutes les parties pourries et trop fortement altérées. Il a constaté après que les caractères pathologiques réapparaissaient très vite et souvent dans la proportion de 100 pour 100.

Entre 1885 et 1889, Soltwedel commença la propagation de la Canne et sa *sélection en montagne*, Il est évident qu'il a dû procéder comme en plaine par les deux méthodes précédentes.

D'après l'observation faite plus tard, en 1891, par Tschirch, Soltwedel, en employant des bases de tiges et les rhizomes adjoints, introduisait inconsciemment dans les deux cas le *Pythium* existant dans certaines boutures; de là, il se propageait dans le sol envahissant bientôt les racines des nouvelles boutures. Il en avait été de même en plaine. Malheureusement, en employant des boutures du second type, il propageait les virus en montagne; nous allons voir pourquoi on ne s'en aperçut pas d'abord. Kuijper a montré, en effet, en 1925, qu'on observe en montagne qu'une très faible proportion de malades : parfois zéro, au plus 1,5 pour 100. Il est probable que la proportion de malades est souvent plus forte, mais toujours inférieure à celle de la plaine.

Ce résultat prouve manifestement qu'un autre facteur doit agir pour expliquer les différences des résultats culturaux au point de vue pathologique en plaine et en montagne et ce ne pouvait être que l'altitude : les techniques agricoles étant exactement les mêmes dans les deux cas; c'est donc la montagne qui crée la *résistance*.

L'*Aphis Maidis*, puceron vecteur de la Mosaïque de la Canne (Brandes, 1919) et du Séreh, ne produit rien de tel ni en plaine, ni en montagne puisqu'il y est aussi présent (Van Breemen, 1927). L'insecte ne peut propager que la maladie et maintenir son intensité; ce n'est qu'un facteur entretenant la virulence. Il ne peut donc pas créer la résistance.

Envisageons maintenant, au lieu des variétés cultivées, l'espèce sauvage de la Canne (*Saccharum spontaneum*), qui pousse sur les montagnes. Elle possède des mycorhizes richement développées (fait à recontrôler).

On sait d'ailleurs que chez les Pommes de terre sauvages des Andes (*Solanum Maglia*), qui croissent à 4000^{m} d'altitude, il y en a de superbes (Mme Noël Bernard et J. Magrou, 1911).

D'autre part, les Lycopodes en montagne prennent parfois une extension extraordinaire; on a signalé des espèces qui envahissaient plusieurs hectares, formant un feutrage serré dans les prairies alpines (Frère Marie Victorin, au Canada, 1925). Parfois ces plantes se montrent *en ronds de sorcières* comme pour les *Tricholoma Georgii* et *Merasmicos oreades*. Cette particularité a été signalée pour plusieurs espèces de l'Amérique du Nord et d'Europe : elle indique un puissant développement des Champignons dans le sol. C'est dans les régions alpines et circumpolaires que ces espèces de Cryptogames vasculaires réussissent le mieux. L'aire d'extension du *Lycopodium complanatum* est continue de l'Alaska au Labrador et dans tout le Canada. Il disparaît dans les États-Unis et reparaît dans les montagnes rocheuses.

Il me reste à envisager le cas de l'hybride spontané *Kassoer*, issu du croisement de la Canne sauvage et de *Black-Chéribon* et à chercher pourquoi ce type est doué d'immunité vis-à-vis du Séreh (Soltwedel et Jeswiet).

Le pollen de *spontaneum* (père de *Kassoer*) ne contient pas de traces de filaments

du *Pythium*, non plus que les graines de *Kassoer* développées sur *Black-Chéribon* à la suite de la fécondation croisée. Lorsque cette graine hybride emportée par le vent tombe sur le sol de la montagne rempli de filaments de *Pythium*, ses jeunes radicelles se contaminent et *Kassoer* adulte a des mycorhizes. Si elles tombaient sur un sol vierge elles pourraient être sans mycorhyzes.

Or on sait que cet hybride spontané, plante montagnarde, pourvue de Champignons symbiotiques, est, en même temps, douée d'une remarquable résistance au Séreh, tandis que toutes les variétés cultivées de Canne sans exception succombent. L'immunité de *Kassoer* vis-à-vis de cette maladie est surprenante et inexplicable. Il semble donc naturel d'admettre qu'il y a un *lien entre les mycorhizes et la résistance.*

Les résultats précédents s'appliquent non seulement au Séreh, mais aussi à la Mosaïque de la Canne, autre maladie dégénérescence bien typique.

La symbiose pour le *Saccharum officinarum*, pour le *S. spontaneum* et pour leur hybride est une association à bénéfice réciproque : le Champignon trouve abri et nourriture ; le consortium apporte la résistance à la Canne qui n'a plus à redouter ses ennemis. Une plante dépourvue de Champignon ou asymbiotique, qui se rencontre parfois dans la nature, est un végétal désarmé et l'on ne doit pas s'étonner qu'il puisse succomber à la dégénérescence.

J'ai insisté sur ces conceptions en 1927, mais sans trouver la formule décisive. La rusticité, terme que j'ai employé la première fois en 1927, a paru surprendre beaucoup d'esprits même hostiles à ma manière de voir. Ce mot est synonyme de santé et accompagne souvent la vie montagnarde des animaux et des plantes. Pour ces dernières, en dehors de la Canne, on a établi avec une remarquable précision que le Caféier sauvage (nandi, *Coffea eugenioides*) possède une résistance surprenante à 2000^{m} au Kenya (colonie anglaise africaine) aux attaques de la rouille (*Hemileia vastatrix*) et c'est par les expériences de Dowson (1921) que ce point a été établi. Cette résistance explique pourquoi le Caféier d'Arabie ne réussit qu'à une altitude suffisamment élevée (Jumelle), sinon il succombe sous les invasions de l'*Hemileia*. Il n'est pas nécessaire d'insister sur le fait qu'il s'agit ici d'un parasite très différent de ceux qui caractérisent les maladies de la dégénérescence (microbes invisibles).

Il apparaît donc que la résistance créée par la montagne est un phénomène d'une certaine généralité. Cette dernière constatation concernant les Urédinées tropicales donne l'espoir qu'il pourra en être de même pour la rouille du Blé, problème posé depuis que Moïse menaçait les Israélites de la pourriture (*Ustilago*) et de la rouille (*Puccinia*) s'ils ne suivaient pas les ordonnances du Seigneur.

M. E. **Jouguet** fait hommage à l'Académie d'une Notice sur *Auguste Rateau* (1863-1930).

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *Allez mes enfants... et vous serez des chefs.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le Tome dix-septième des *Œuvres complètes de* Christiaan Huygens publiées par la Société hollandaise des Sciences.

2° Kinkiti Musya. *Investigations into the luminous Phenomena accompanying Earthquakes. The Earthquake Research Institute*, Tokyo Imperial Univ., Japan.

3° Gustave Juvet. *Leçons d'Analyse vectorielle*. Première partie : *Géométrie différentielle des courbes et des surfaces ; Théorie mathématique des champs*. (Présenté par M. E Cartan.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur le théorème de Poncelet.* Note [1] de M. **René Lagrange**, présentée par M. Élie Cartan.

Le théorème général de Poncelet relatif aux polygones de n côtés circonscrits à n coniques $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_n$ d'un faisceau F et inscrits dans une conique C de F, ainsi que la condition de fermeture de Cayley, s'étendent aisément aux polygones gauches dont les n côtés appartiennent à n quadriques $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ d'un faisceau Φ et qui sont inscrits dans la biquadratique Λ de Φ. La seule précaution à prendre est que n soit pair, ce qui se conçoit aisément puisque, lorsque les n quadriques Q_ρ sont confondues, la fermeture ne peut se produire que par la rencontre de deux génératrices rectilignes de familles différentes.

---

[1] Séance du 23 janvier 1933.

$S_1S_2S_3S_4$ désignant le tétraèdre autopolaire de Φ, les 4 familles des contours apparents des Q_ρ vues de $S_i(i=1, 2, 3, 4)$ constituent 4 faisceaux F_i de coniques, situés respectivement dans les 4 faces du tétraèdre, et les perspectives de Λ sont 4 coniques C_i de ces faisceaux. Toute ligne polygonale inscrite dans Λ et tracée sur Q_1, Q_2, ... admet ainsi 4 perspectives formées de lignes polygonales inscrites dans une conique C_i et circonscrites aux contours apparents $\Gamma_1^{(i)}$, $\Gamma_2^{(i)}$, ... de ces quadriques. Or 4 droites tangentes aux 4 contours apparents d'une même quadrique Q de Φ ne peuvent être les perspectives que d'une génératrice rectiligne de Q, donc la condition nécessaire et suffisante pour que la ligne polygonale gauche soit fermée est que ses 4 perspectives le soient.

En coordonnées tétraédrales de base $S_1S_2S_3S_4$, le faisceau Φ a une équation de la forme

$$Q_\rho \equiv \sum_{i=1}^{4} (\rho-\alpha_i)x_i^2 = 0.$$

Dans le plan $x_i=0$, les équations de $\Gamma_\rho^{(i)}$ et C_i sont

$$\Gamma_\rho^{(i)} \equiv \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{4} (\rho-\alpha_k)x_k^2 = 0,$$

$$C_i \equiv \Gamma_{\alpha_i}^{(i)} \equiv \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{4} (\alpha_i-\alpha_k)x_k^2 = 0.$$

On peut donc écrire l'équation de $\Gamma_\rho^{(i)}$ sous la forme

$$\lambda C^{(i)} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{4} x_i^2 = 0 \qquad \left(\lambda = \frac{1}{\rho-\alpha_i}\right).$$

L'équation en λ du faisceau des $\Gamma_\rho^{(i)}$ est alors

$$\Delta(\lambda) \equiv \prod_{k=1}^{4} [\lambda(\alpha_i-\alpha_k)+1] = \frac{f(\rho)}{(\rho-\alpha_i)^4} = 0,$$

où

$$f(\rho) \equiv \prod_{k=1}^{4} (\rho-\alpha_k).$$

La condition de fermeture pour un polygone de $n=2p$ côtés inscrit

dans $C^{(i)}$ et circonscrit à $\Gamma_1^{(i)}, \Gamma_2^{(i)}, \ldots, \Gamma_n^{(i)}$ est alors exprimée par l'annulation du déterminant de Cayley

$$\left| 1 \quad \lambda_r \quad \lambda_r^2 \quad \ldots \quad \lambda_r^p \quad \sqrt{\Delta(r)} \quad \lambda_r\sqrt{\Delta(\lambda_r)} \quad \ldots \quad \lambda_r^{p-2}\sqrt{\Delta(\lambda_r)} \right|$$
$$(r=1, 2, \ldots, 2p),$$

c'est-à-dire par l'équation

$$D_{2p} \equiv \left| 1 \quad \rho_r \quad \rho_r^2 \quad \ldots \quad \rho_r^p \quad \sqrt{f(\rho_r)} \quad \rho_r\sqrt{f(\rho_r)} \quad \ldots \quad \rho_r^{p-2}\sqrt{f(\rho_r)} \right| = 0$$

qui ne dépend pas de l'indice i.

Il est clair que lorsque le faisceau Φ est rapporté à un tétraèdre quelconque, $f(\rho)$ est le polynome covariant de ce faisceau

$$Q_\rho \equiv \rho Q + Q' = 0.$$

La transformation dualistique de cette extension est immédiate.

Lorsque Λ est une biquadratique sphérique, une inversion par rapport à un point O de la sphère Σ du faisceau fournit une propriété intéressante des cycliques planes. Tout d'abord les cordes mn d'une telle cyclique λ qui sont cocirculaires avec une corde fixe $\alpha\beta$ enveloppent une conique Γ. La famille de ces coniques possède 3 coniques tangentes à une droite donnée; chaque conique Γ définit par ses tangentes une correspondance biquadratique entre les points de λ. On a ainsi le théorème : *Étant données une cyclique plane λ et la famille des coniques Γ enveloppées par les cordes de λ qui sont cocirculaires avec une certaine corde fixe; si un polygone $a_1 a_2 \ldots a_{2p}$ de $2p$ côtés, inscrit dans λ, se meut de façon que $2p-1$ de ses côtés enveloppent $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_{2p-1}$ respectivement, et cela de façon que a_i, a_{i+1} se correspondent relativement à Γ_i, le $2p^{\text{ième}}$ côté enveloppe une conique Γ_{2p}, avec correspondance de ses extrémités relativement à Γ_{2p}.* La condition pour que $2p$ coniques Γ soient ainsi associées se déduit immédiatement de $D_{2p}=0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une propriété des suites des fonctions analytiques bornées sur une courbe.* Note [1] de M. F. LEJA, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit

(1) $$f_0(z), \quad f_1(z), \quad \ldots, \quad f_n(z), \quad \ldots$$

une suite de fonctions analytiques holomorphes dans son domaine D. Je

---

[1] Séance du 16 janvier 1933.

dirai que le *facteur de convergence* de cette suite dans le voisinage d'un point z_0 de D est égal à λ_{z_0} si λ_{z_0} est la borne supérieure de tous les nombres $l \geqq 0$ pour lesquels la suite

$$(2) \qquad f_n(z) l^n \quad (n = 0, 1, \ldots)$$

est uniformément convergente dans un voisinage du point z_0 (ce voisinage pouvant dépendre de l) (¹).

Le facteur de convergence peut, en général, être un nombre quelconque positif, nul ou infini.

Mais, si la suite (1) est bornée sur une courbe passant par le point z_0 le facteur λ_{z_0} jouit de la propriété remarquable suivante :

THÉORÈME 1. — *Si la suite* (1) *est bornée presque partout* (²) *sur un arc l arbitrairement petit aboutissant au point z_0 le facteur de convergence λ_{z_0} de cette suite est toujours ou bien égal à zéro ou bien au moins égal à l'unité.*

Démonstration. — Il suffit de prouver que, si $\lambda_{z_0} > 0$, on a $\lambda_{z_0} \geqq 1$. Supposons donc qu'il existe un nombre positif θ et un cercle

$$(3) \qquad |z - z_0| < \rho,$$

tel que la suite (2) soit uniformément convergente dans ce cercle pour $l = \theta$ et soit $M > 0$ un nombre tel que, dans ce cercle, on ait

$$(4) \qquad |f_n(z)\theta^n| < M \quad \text{pour} \quad n = 0, 1, \ldots.$$

Posons

$$(5) \qquad f_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k^{(n)} (z - z_0)^k = P_n(z) + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k^{(n)} (z - z_0)^k \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

où

$$(6) \qquad P_n(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k^{(n)} (z - z_0)^k \quad (n = 0, 1, \ldots).$$

D'après les formules classiques de Cauchy on obtient de (4) les inégalités suivantes :

$$(7) \qquad |a_k^{(n)}\theta^n| \leqq \frac{M}{\rho^n} \quad \text{pour } k \text{ et } n = 0, 1, \ldots,$$

(¹) Une notion analogue du « *facteur de convergence* d'une série de polynomes dans un domaine » a été introduite dans deux Notes précédentes, voir *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 506-509 et p. 764-766.

(²) C'est-à-dire partout à l'exception d'un ensemble de mesure linéaire nulle.

donc, quel que soit $n = 0, 1, \ldots,$ on a dans le cercle (3)

$$|P_n(z)| \leqq |f_n(z)| + \frac{M}{\theta^n} \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{|z - z_0|^k}{\rho^k} = |f_n(z)| + \left|\frac{z - z_0}{\theta\rho}\right|^{n+1} \frac{M\theta}{1 - \frac{|z - z_0|}{\rho}}.$$

Il s'ensuit, d'après l'hypothèse, que la suite de polynomes (6) est bornée sur la partie de l'arc φ qui se trouve à l'intérieur du cercle

$$(8) \qquad |z - z'_0| < \theta\rho.$$

Je m'appuierai maintenant sur le lemme suivant dont la démonstration, assez longue, sera publiée ailleurs :

Si une suite de polynomes (6) *est bornée presque partout sur un arc quelconque aboutissant au point* z_0 *le facteur de convergence* λ_{z_0} *de cette suite est toujours au moins égal à l'unité.*

Cela posé, soit $\varepsilon > 0$ un nombre < 1. De (5) et (7) on obtient l'inégalité

$$|f_n(z)|(1-\varepsilon)^n \leqq |P_n(z)|(1-\varepsilon)^n + \left|\frac{z - z_0}{\theta\rho}\right|^{n+1} \frac{M\theta(1-\varepsilon)^n}{1 - \frac{|z - z_0|}{\rho}},$$

d'où résulte le théorème en vertu du lemme.

Observons que les deux cas $\lambda_{z_0} = 0$ et $\lambda_{z_0} \geqq 1$ sont effectivement possibles (¹).

2. La propriété des suites des fonctions analytiques qui vient d'être démontrée permet de généraliser un théorème de M. F. Hartogs (²), fondamental pour la théorie des fonctions analytiques de deux variables, qu'on peut énoncer comme il suit :

Si une série des fonctions analytiques

$$(9) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} f_n(z)$$

converge partout dans un domaine fermé D [*dans lequel les fonctions* $f_n(z)$ *sont holomorphes*] *et s'il existe un nombre* $\theta > 0$ *tel que la série*

$$(10) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} f_n(z)\, t^n$$

(¹) Voir *Mathematica*, 6, 1932, p. 91.

(²) *Math. Ann.*, 62, 1906, p. 9.

soit uniformément convergente dans D *pour* $l = \theta$, *la série* (10) *converge uniformément dans* D *pour tout* $|l| < 1$.

Or il suit du théorème 1 ce que voici :

Théorème 2. — *Si la série* (9) *est bornée presque partout sur la frontière de* D *et si le facteur de convergence* λ_z *de la suite* $[f_n(z)]$ *est positif en tout point* z *de cette frontière, la série* (10) *converge uniformément dans* D *pour tout* $|l| < 1$.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les points de détachement des lignes de glissement.* Note de M. **A. Weinstein**, présentée par M. Henri Villat.

Dans la présente Note je me propose d'étendre les résultats obtenus dans ma Note *Sur les sillages provoqués par des arcs circulaires* (*Rendiconti d. R. Acc. dei Lincei*, 1932), concernant la position des points de détachement des lignes de glissement d'un mouvement discontinu d'un fluide à deux dimensions en présence d'un obstacle circulaire de rayon 1.

Désignons par O le point de bifurcation du mouvement. Nous allons nous borner à la considération des mouvements symétriques par rapport à ce point de la circonférence, auquel nous allons faire correspondre la valeur o du potentiel de vitesse. Il suffira de considérer un des deux points de détachement. Soit a^2 la valeur du potentiel de vitesse en ce point, la valeur absolue de la vitesse étant égale à 1 le long des lignes de glissement. Posons $\lambda = a^2/\pi$. L'arc Δ de la circonférence entre le point O et le point de détachement est donné (*loc. cit.*) en fonction de λ par la formule

$$(1)\qquad \Delta = \Delta(\lambda) = 2\pi\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)} p(y)\,dy \qquad [p(y) = \sin y + \sin^2 y],$$

où $t(x, \lambda)$ est la solution de l'équation intégrale non linéaire

$$(2)\qquad t(x, \lambda) = \lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)}\, p(y)\, K(x, y)\,dy; \qquad \left\{ K(x, y) = \log\left[\frac{\sin x + \sin y}{\sin x - \sin y}\right]^2 \right\}.$$

Cette équation admet d'après les théorèmes de M. Hammerstein une solution et une seule pour chaque valeur de $\lambda \geqq 0$.

Cette solution est une fonction continue et même analytique dans l'intervalle

$$0 \leqq \lambda < \frac{1}{F_M},$$

où $F_M = 11,93\ldots$ désigne le maximum de la fonction

$$F(x)=\int_0^{\frac{\pi}{2}} p(y)\,K(x,y)\,dy,$$

dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq \pi/2$.

Pour obtenir ce résultat il suffit, d'après la théorie générale de M. E. Schmidt [1], de démontrer le fait suivant :

L'équation intégrale linéaire et homogène

$$\chi(x)+\lambda\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)}p(y)\,K(x,y)\,\chi(y)\,dy=0 \tag{3}$$

n'admet pas, pour $0 \leqq \lambda < 1/F_M$, *de solution* $\chi(x)$ *différente de* 0. Soit, en effet [2], X le maximum du module d'une solution de (3). On aura, vu que $t(x,\lambda)$ est $\geqq 0$, l'inégalité

$$|\chi(x)| \leqq \lambda X \int_0^{\frac{\pi}{2}} p(y)\,K(x,y)\,dy \leqq \lambda F_M X.$$

Donc on aura en particulier $X \leqq \lambda F_M X$, c'est-à-dire $X = 0$ [et par conséquent $\chi(x) \equiv 0$] pour $\lambda F_M < 1$, q. e. d.

Or nous avons obtenu (*loc. cit.*) pour $\Delta(\lambda)$, qui est une fonction analytique dans le même intervalle que $t(x,\lambda)$, l'inégalité $\Delta(1/F_M) > 19^\circ 30'$. On peut donc affirmer que *chaque point de la circonférence dont la distance angulaire comptée à partir de* 0 *ne surpasse pas* $19^\circ 30'$ *est le point de détachement d'une ligne de glissement.*

Il est aisé de voir que $\Delta(\lambda)$ est une fonction *croissante* de λ dans l'intervalle $0 \leqq \lambda < 1/2F_M$. En effet, on a

$$\frac{d\Delta}{d\lambda} = 2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)}p(y)\left[1-\lambda\frac{\partial t(y,\lambda)}{\partial\lambda}\right]dy.$$

Or on a, d'après (2),

$$\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)}\,p(y)\,K(x,y)\left[1-\lambda\frac{\partial t(y,\lambda)}{\partial\lambda}\right]dy;$$

---

[1] *Mathematische Annalen*, 65, 1908, p. 370-399.

[2] Cf. A. Weinstein, *Sitzungsb. Berliner Mathem. Gesellschaft*, 14, 1927, p. 37.

donc

$$\left|\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda}\right| < \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)} p(y)\,\mathrm{K}(x,y)\,dy$$
$$+\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t(y,\lambda)} p(y)\,\mathrm{K}(x,y)\lambda\frac{\partial t(y,\lambda)}{\partial\lambda}\,dy\right|$$
$$< \mathrm{F}(x) + \lambda\left|\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda}\right|_{\mathrm{M}} \mathrm{F}(x),$$

où $|\partial t(x,\lambda)/\partial\lambda|_{\mathrm{M}}$ désigne le maximum de $|\partial t(x,\lambda)/\partial\lambda|$ dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq \pi/2$. On aura en particulier

$$\left|\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda}\right|_{\mathrm{M}} < \mathrm{F}_{\mathrm{M}} + \lambda\mathrm{F}_{\mathrm{M}}\left|\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda}\right|_{\mathrm{M}};$$

donc

$$\lambda\left|\frac{\partial t(x,\lambda)}{\partial\lambda}\right| < \frac{\lambda\mathrm{F}_{\mathrm{M}}}{1-\lambda\mathrm{F}_{\mathrm{M}}} < 1 \quad \text{pour} \quad 0 \leqq \lambda < \frac{1}{2\mathrm{F}_{\mathrm{M}}},$$

ce qui démontre que $d\Delta/d\lambda$ est positive dans cet intervalle. Il est d'ailleurs aisé de voir en utilisant l'inégalité (cf. *loc. cit.*)

$$\Delta(\lambda) > \frac{(\pi+4)\pi}{2}\lambda e^{-\lambda\mathrm{F}_{\mathrm{M}}}$$

que $\Delta(1/2\mathrm{F}_{\mathrm{M}})$ est $> 16^\circ 15'$.

Remarque. — La vitesse d'un mouvement physiquement acceptable doit être inférieure à 1 le long de la paroi ([1]). La distance angulaire d'un point de détachement comptée à partir de O étant sur la circonférence inférieure à π, on aura pour ces mouvements l'inégalité $a^2 < \pi$, c'est-à-dire $\lambda < 1$. Il suffit donc de se borner à l'étude des fonctions $t(x,\lambda)$ et $\Delta(\lambda)$ dans l'intervalle $0 \leqq \lambda < 1$. D'après les résultats classiques sur les équations intégrales linéaires [appliqués à (3)] il serait aisé de démontrer que t est une fonction analytique de λ dans l'intervalle

$$\left(0,\ \frac{1}{\sqrt{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{K}^2\,dx\,dy}}\right),$$

qui est plus grand que $(0, 1/\mathrm{F}_{\mathrm{M}})$. Il faut pourtant remarquer que cette observation ne pourra être utilisée que lorsque l'inégalité $0 \leqq t(x,\lambda) < \lambda\mathrm{F}(x)$ sera remplacée par une inégalité plus précise.

([1]) H. Villat, *Leçons sur l'Hydrodynamique* (Gauthier-Villars, 1929, Chap. VII).

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Centrifugeuse sans axe de parfaite stabilité et de grande vitesse angulaire.* Note de MM. **Pierre Girard** et **Ch. Chukri**, présentée par M. Jean Perrin.

Lorsqu'un puissant jet d'air s'échappe d'un ajutage conique une sphère placée à quelques millimètres du cône est violemment aspirée sans d'ailleurs toucher le cône.

Une expérience ancienne de Clément et Desormes rend compte de cet effet pneumatique que MM. Henriot et Huguenard ont eu, les premiers, l'idée de substituer à l'axe d'une centrifugeuse. Sur ce principe remarquable, ils ont construit des centrifugeuses d'un modèle industriel dont la vitesse angulaire est d'environ 1000 t/sec et qui sont stables.

Mais du point de vue de l'expérimentation scientifique l'intérêt va surtout à de petits rotors de 1 à 2^{cm} de section dont les vitesses angulaires dépassent 6000 t/sec, le champ centrifuge à la périphérie atteignant un million de fois g. Malheureusement, ces petits rotors, surtout s'ils sont creux, ne présentent pas de stabilité. Lorsqu'ils ont atteint le régime de vitesse intéressant l'expérimentateur ils ne tardent pas à sauter hors du stator.

Les modifications que nous avons apportées au dispositif qu'ont décrit MM. Henriot et Huguenard (¹) assurent à ces petits rotors une stabilité parfaite, leur vitesse angulaire réglable à volonté atteignant les valeurs extrêmement élevées obtenues par ces auteurs.

Effet Clément-Desormes. — La stabilité du rotor est obtenue lorsque son poids et l'effet pneumatique d'une part, d'autre part l'action du jet gazeux qui s'échappe des tuyères et qui tend à soulever le rotor s'équilibrent exactement. Le rotor tournant sur la nappe annulaire gazeuse qui le supporte, l'effet Clément-Desormes, qui croît très vite avec la vitesse angulaire du rotor jusqu'à ce qu'un régime de vitesse maxima soit atteint, peut devenir brusquement trop grand et surcompenser l'effet d'expulsion du jet d'air. L'effet pneumatique intervient alors à la façon d'un coup de frein brusque en régime de marche rapide. Le rotor tend à inverser le sens de sa rotation et saute hors du stator. En somme cet effet Clément-Desormes n'intervient comme facteur de stabilité qu'à la condition d'être réglable. Dans ce but nous avons fait arriver au centre de la très mince cuvette conique, qui, dans notre dispositif, constitue le stator, un conduit indépendant des tuyères

(¹) Voir *Journal de Physique et Radium*, 6ᵉ série, 8, 1927, p. 433.

d'alimentation permettant par vis et pointeau de régler l'arrivée de l'air extérieur et par suite l'effet pneumatique.

Inertie du stator. — Le rotor peut devenir, sans qu'on en sache bien la cause, le siège de mouvements de nutation qui cessent d'ailleurs aussi brusquement qu'ils naissent.

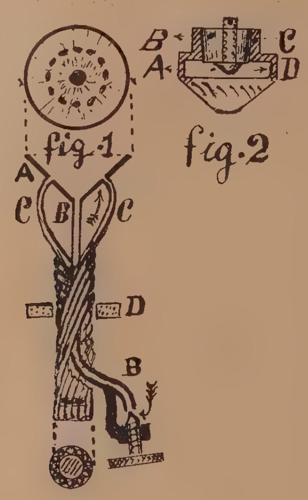


Fig. 1 : A, stator conique de 90° d'angle; B, conduit permettant par vis-pointeau le réglage d'arrivée d'air; C, tuyère; D, anneau de caoutchouc mousse. — Fig. 2 : A, vis du couvercle du rotor; B, couvercle du rotor; C, paroi cylindrique du rotor; D, gorge dans la cavité du rotor.

Il faut, pour qu'il conserve sa stabilité, que ces mouvements transmis à travers la mince couche d'air très comprimé et indéformable qui sépare le stator du rotor soient fidèlement suivis par le stator qui ne doit présenter aucune inertie, d'où la nécessité d'une masse inférieure à celle du rotor, et posséder une parfaite flexibilité.

Mais une cause essentielle d'instabilité dont on saisit très bien l'intervention est que le stator, lorsque ses tuyères débitent, entre facilement lui-même en vibration et devient le centre d'ondes stationnaires qu'on décèle facilement au toucher le long de la tige qui le supporte. Ces vibrations se transmettent au rotor à travers la mince couche annulaire d'air très comprimé. Ces observations nous ont conduit à construire des stators très légers, d'un poids toujours inférieur à celui du rotor, constitués par des torsades de tuyères dont les embouchures aboutissent à une très mince cuvette conique faite d'une feuille d'aluminium de 1^{mm} d'épaisseur. Ces stators sont montés sur caoutchouc. L'angle des tuyères avec le

plan tangent au rotor est de 45°. La section des tuyères, et le débit gazeux, est commandée par le poids du rotor. Dans ces conditions, pour supprimer les ondes stationnaires dont le stator est le siège il suffit d'entourer, sans serrage, à un niveau qu'on trouve en tâtonnant, la tige du stator d'une bague en éponge ou en caoutchouc mousse.

Rotors. — La figure 2 donne la coupe de nos rotors en acier.

C'est pour des angles aussi voisins que possible du rotor et du stator qu'on obtient la meilleure utilisation du jet de gaz utilisé comme force motrice. Mais ici encore on est limité par des conditions de stabilité. Pour un stator de 90° d'angle, un rotor de 95° et dont le profil est légèrement concave (figure de révolution d'une ligne légèrement courbe liée à un axe) reste stable. C'est dans la gorge figurée en D, aussi mince que possible, qu'est chassé, sans issue, le milieu soumis à la centrifugation. Les vitesses angulaires déterminées par le moyen de la méthode stroboscopique, en utilisant l'air comprimé de la ville (pression de 5^{kg} en amont des tuyères) furent de 4000 t/sec pour les rotors de 20^{mm}, 5000 t/sec pour ceux de 15^{mm}, et de plus de 6000 t/sec pour les rotors de 13^{mm}. Les champs centrifuges à la périphérie allant de 600000 à 1 million de fois *g*. La stabilité est aussi parfaite qu'on peut le souhaiter.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la mesure de la vitesse d'apport de chaleur dans le cycle d'un moteur à combustion interne à l'aide du diagramme d'indicateur*. Note (1) de M. **Tchang Te-Lou**, présentée par M. E. Jouguet.

Dans une Note précédente (2), à l'occasion d'expériences poursuivies avec le Service des Recherches de l'Aéronautique, j'ai étudié la première phase des phénomènes thermomécaniques se produisant dans les moteurs à explosion, celle qui a comme origine l'instant (A) du fonctionnement du mécanisme d'allumage et comme fin le moment (B) où l'accroissement de pression est décelé par l'appareil manométrique. J'ai montré que cette période a une durée de 2 millièmes de seconde, et qu'elle correspond au phénomène connu de précombustion. La précombustion a été ainsi mise pour la première fois en évidence à l'aide du diagramme d'indicateur.

---

(1) Séance du 23 janvier 1933.

(2) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 39.

Il est logique de définir comme deuxième phase des phénomènes thermo-mécaniques du moteur le développement de la combustion active. Pour analyser cette phase, nous assimilerons, conformément au raisonnement classique, le moteur à explosion à un moteur à air chaud qui échange de l'énergie avec des milieux extérieurs : on peut alors parler du cycle décrit par le fluide.

Nous admettrons dans l'analyse qui va suivre que la conversion de l'énergie chimique en chaleur sensible, l'activité des échanges avec les parois et la variation de la température des gaz sont des phénomènes se développant à la même allure. On conçoit en effet que, plus active est la conversion de l'énergie chimique en chaleur sensible, plus rapidement tend à croître la température des gaz, par conséquent l'activité des échanges avec les parois; nous allons donc prendre comme indication de l'allure des trois phénomènes l'activité de l'apport de chaleur dans le cycle.

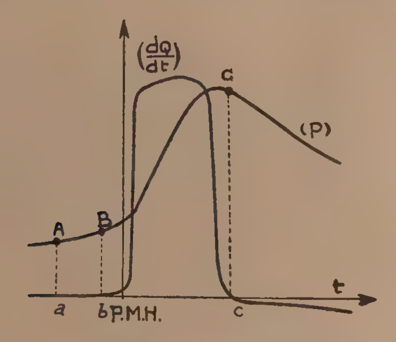
On peut dans une première approximation admettre que le gaz suit les lois des gaz parfaits et que, par suite, l'expression de la chaleur qui lui est fournie dQ pour une variation de pression dp et une variation de volume dV est $dQ = (V\,dp + \gamma p\,dV)/(\gamma - 1)$, γ étant le rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant. Le diagramme (pression-temps) relevé fait connaître à chaque instant la pression p, et l'étude du mécanisme bielle-manivelle le volume V occupé par le gaz. On en déduit facilement la valeur de la quantité dQ/dt par une méthode graphique en construisant les quantités $V\,dp/dt$ et $\gamma p\,dV/dt$ à partir des courbes de pression et de volume en fonction du temps. On trace ainsi la courbe représentant la variation de dQ/dt qu'on peut appeler vitesse d'apport de chaleur dans le cycle. Il est d'ailleurs possible de tenir compte de la variation de γ avec la température et c'est ce que nous avons fait dans nos calculs numériques en utilisant les chaleurs spécifiques données par Kast.

Nous avons tracé la courbe représentant dQ/dt à partir d'expériences exécutées sur un moteur monocylindre de $0^l,700$ de cylindrée. Cette courbe qui, comme nous l'avons dit, définit l'allure de la combustion est de forme caractéristique; l'ordonnée croît rapidement à partir du point (B), présente ensuite un palier, puis décroît rapidement. Enfin la courbe décèle une inversion du phénomène; le gaz cède de la chaleur par suite du refroidissement par la paroi. Si l'on exprime les temps par l'intermédiaire des angles de rotation de la manivelle, on constate que le point de chute brusque

de l'ordonnée se trouve à 5° environ après la pointe de pression comme le montre le diagramme de la figure.

Il y a donc une sorte de discontinuité dans l'allure générale des phénomènes de combustion. Elle ne peut correspondre qu'à l'instant où, le front de flamme ayant balayé tout le volume du gaz, il ne subsiste plus qu'une combustion secondaire ne donnant lieu qu'à un faible dégagement de chaleur. C'est ce point de discontinuité que nous prenons comme marquant la fin de la combustion active (point C).

Cette conception des phénomènes est contrôlée par la comparaison de la durée BC (9 millièmes de seconde pour la vitesse de 500 tours-minute du moteur) à la durée de l'apparition des phénomènes lumineux, corrélatifs de



l'échauffement du gaz à température élevée, obtenue par M. Duchêne dans ses études photographiques de propagation de la flamme, compte tenu des corrections dues aux conditions de l'expérience.

On peut se demander comment varie la position du point d'inversion et par conséquent la durée de la propagation de la flamme avec la vitesse du moteur. Celle-ci variant de 500 à 1250 tours par minute, le point de discontinuité correspond toujours sensiblement au même angle de rotation de la manivelle à partir du point (B).

Donc la vitesse de propagation de la flamme paraît proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. On peut admettre que c'est là une conséquence de la turbulence des gaz : plus la vitesse est grande, plus la turbulence est grande et plus la propagation de la flamme est rapide.

En résumé, il semble bien d'après mes expériences qu'un des éléments essentiels qu'il y ait à considérer, dans l'étude des phénomènes thermiques dans le moteur, soit *la vitesse d'apport de la chaleur dans le cycle*. La considération de cette nouvelle grandeur permet de définir de façon précise et

logique la fin de la combustion active et, par conséquent, d'atteindre la durée même de cette combustion. Cette durée varie en raison inverse de la vitesse du moteur (500 à 1250).

Il est peut être intéressant de constater qu'ici encore, et grâce à des hypothèses très vraisemblables, la seule considération d'un diagramme d'indicateur ordinaire permet d'apporter quelque précision dans la connaissance des phénomènes thermiques qui se passent dans le moteur.

ÉLECTRICITÉ. — *Un nouveau mode de réalisation des phénomènes thermo-électriques*. Note de M. **André Égal**, présentée par M. A. Cotton.

Les générateurs thermo-électriques sont formés d'une ou plusieurs séries d'éléments, chacun de ces couples comprenant deux métaux ou alliages différents réunis par une soudure. Dans les installations comportant un grand nombre de ces générateurs (cas de la détection du feu par exemple)

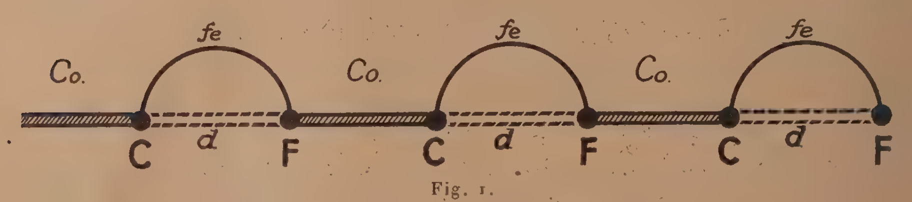


Fig. 1.

Co, métal constantan; *fe*, métal fer; *d*, dérivation entre C et F; C, point d'application de la chaleur; F, point d'application du froid.

il peut arriver que des soudures se rompent, de sorte que la transformation d'énergie thermique en énergie électrique se trouve interrompue. Pour y remédier, on maintient un courant continu permanent dans tous les couples des générateurs et l'arrêt de ce courant signale la rupture.

Un couple thermo-électrique étant constitué par deux métaux différents *fe* et *Co* (*fig.* 1), j'ai pensé qu'il était possible de mettre en dérivation sur l'un des fils *fe* du couple un autre fil *d*, formé du même métal *Co* constituant ainsi une dérivation électrique entre les points C et F.

Cette dérivation *d* peut être formée par un prolongement du fil *Co*, de sorte que, si l'on met en série une suite de couples ainsi construits, l'ensemble comprend d'abord un fil métallique continu formé du métal *Co*

que j'appelle fil pilote puis un nombre variable de bouts de l'autre fil *fe* (*fig.* 2).

La force électromotrice de chaque couple est déterminée par la différence de température entre les points C et F; elle est la même que celle obtenue en supprimant les dérivations *d*. Ces dérivations affaiblissent le courant produit par le générateur, mais si la résistance de *d* est grande par

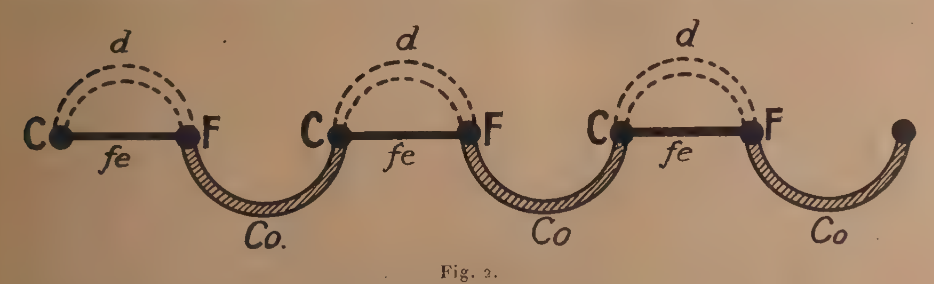


Fig. 2.

rapport à celle de *fe*, cette diminution est peu sensible et, en revanche, on a réalisé un dispositif qui permet de multiplier le nombre des couples en simplifiant beaucoup la construction.

Ce mode de construction peut varier comme le montrent, outre les

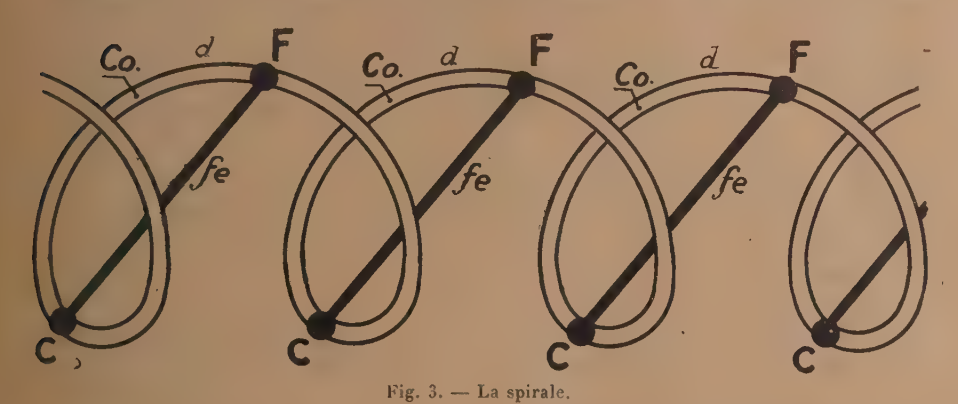


Fig. 3. — La spirale.

figures 1 et 2, les figures 3 et 4 qui représentent les montages que j'ai réalisés.

Dans le montage (4), on a implanté dans une tige isolante des bouts de fer *fe*, tandis que le *fil pilote* en constantan *Co* beaucoup plus résistant est enroulé à la machine autour de cette tige. Les points de contacts sont

soudés et l'on remarque que cette disposition met toutes les soudures chaudes du même côté de la tige, sur une même génératrice.



Fig. 4.

Dans la disposition représentée par la figure 5, la dérivation *d* est formée

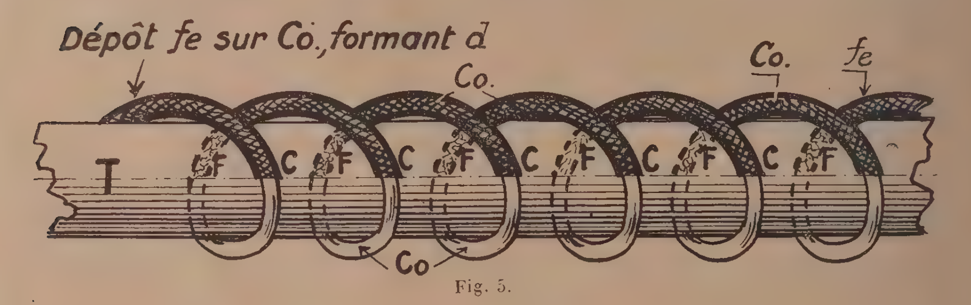


Fig. 5.

d'une partie du fil pilote *Co*, partie recouverte d'un dépôt du métal *fe*, dépôt effectué à intervalles réguliers.

On comprend qu'une telle disposition, qu'on peut réaliser par des procédés divers, permettra d'obtenir des générateurs thermo-électriques à un très grand nombre d'éléments. Quelques éléments du générateur peuvent être endommagés sans que le générateur cesse de fonctionner, sa puissance sera seulement diminuée légèrement.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'étude de la décharge dans une ampoule ionique à l'aide d'un appareil cinématographique.* Note [1] de MM. **V. Dolejšek** et **K. Dráb**, présentée par M. M. de Broglie.

Un de nous a construit avec M. V. Kunzl [2] un tube ionique avec lequel on peut travailler jusqu'à une tension très basse (1000 volts) et une intensité très grande.

---

[1] Séance du 16 janvier 1933.

[2] *Zeits. f. Phys.*, 74, 1932, p. 565.

Pendant l'étude systématique des conditions sous lesquelles le tube travaille économiquement on a trouvé qu'il existe, pour une construction donnée du tube, une certaine limite de l'intensité maxima qu'on ne peut pas dépasser. Si l'on dépasse cette limite, il y a des changements brusques dans le caractère de la décharge.

Pour étudier les détails de ce phénomène, nous avons réussi à utiliser, pendant un temps court, un appareil cinématographique à grande vitesse, 240 images par seconde, ainsi qu'à répéter ces essais sans une consommation considérable de pellicule [1].

Les résultats obtenus ont montré que pour un tube de grandeur, distance et courbure des électrodes données, il survient à une certaine pression un changement brusque de la décharge. De nos images cinématographiques, il ressort que ce changement est analogue à celui qui est déjà connu pour le tube de Paschen à cathode creuse [2].

Dans ce tube, la décharge à chute normale se change en décharge à chute anormale (lumière à l'intérieur de la cathode), très efficace pour les spectres optiques.

D'après Güntherschulze [3], il est nécessaire pour maintenir la décharge normale que la température des électrodes ne dépasse pas une certaine limite. Cette condition étant remplie, il se produisait encore des changements de décharge dans notre tube, et cela toujours à la même pression.

Nous nous sommes efforcés de trouver les conditions de construction du tube pour que le changement ait lieu à une pression aussi haute que possible ou à l'intensité la plus grande.

Pour obtenir les grandes intensités, en maintenant la décharge à chute normale, la distance des électrodes est particulièrement importante. En outre, il est avantageux de choisir des électrodes, spécialement la cathode, aussi grandes que possible, mais dans ce cas on rencontre des difficultés expérimentales.

L'importance de la grandeur de la cathode nous a paru due à la très grande valeur de sa charge superficielle, que les images cinématographiques mettent en évidence, surtout dans une région limitée de la partie centrale.

---

(1) Nous remercions ici M. L. Honty de son aide.

(2) F. PASCHEN, *Ann. de Phys.*, 50, 1916, p. 901; H. SCHÜLER, *Zeits. f. Phys.*, 35, 1926, p. 323; R. FRERICHS, *Ann. de Phys.*, 85, 1928, p. 362; R. A. SAWYER, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 44.

(3) *Zeits. f. Phys.*, 19, 1923, p. 313.

Si la surface de la cathode est petite, sa charge spécifique augmente encore, de sorte qu'il n'est pas possible, même à l'aide d'une réfrigération parfaite, de maintenir la température au-dessous de la valeur critique où la décharge normale cesse d'exister. Nos études cinématographiques nous ont montré comment arrive ce changement. Sur les images on peut voir qu'il y a, pendant un temps très court, un certain état instable pour lequel les deux sortes de décharges sont possibles. On voit alterner ces deux décharges jusqu'au moment où l'une d'elles s'impose et domine.

Après la fixation de la décharge, on retrouve les conditions mentionnées par Schüler [1] d'après lesquelles les deux sortes de décharges peuvent exister à une certaine pression; leur étude fera l'objet d'un autre travail. S'il arrive, pendant l'augmentation de pression, un changement de régime à l'intérieur de la cathode, le changement inverse ne se produit pas à la même pression quand on fait diminuer celle-ci; mais à une pression plus basse; il y a un certain retard, on s'explique ainsi pourquoi le changement de décharge à chute anormale tend à se maintenir sous cette forme.

Si l'on veut obtenir des rayons X, ce mode de décharge n'est pas utilisable, de sorte qu'il faut étudier les dispositions du tube de façon à l'éviter. Jusqu'à présent on cherchait à expliquer le peu d'efficacité des tubes ioniques à basse tension par le fait que les électrons, à cause de la pression relativement élevée nécessaire pour atteindre de grandes intensités, perdent une grande partie de leur énergie cinétique au cours de leur trajet. Nos résultats ont montré que la principale cause de faible efficacité réside dans le changement du mode de décharge. La valeur maxima de l'intensité pour laquelle la décharge normale se maintient encore exige la plus petite distance possible entre les électrodes; dans notre construction cette distance pour l'air se trouvait tout juste égale au libre parcours moyen des électrons à la pression donnée. Ce qui paraît signifier que c'est l'augmentation du nombre de chocs des électrons qui produit le changement de décharge; le tube cesse d'être efficace comme source de rayons X et travaille comme un tube de Paschen à cathode creuse.

Au contraire, grâce aux conditions que nous avons reconnues, on peut maintenir la décharge normale et l'efficacité de production pour les rayons X, même à très basse tension.

---

(1) *Zeits. f. Phys.*, 22, 1921, p. 264.

RAYONS X. — *Rayon atomique du carbone dans le diamant.* Note de M. V. **Posejpal**, présentée par M. A. Cotton.

MM. W. H. et W. L. Bragg ont trouvé en 1914, au moyen de la spectrométrie des rayons X, que la distance minima entre les centres de deux atomes voisins dans le diamant est égale à $1{,}54 \cdot 10^{-8}$ cm. Si l'on suppose les atomes sphériques et en contact, cette valeur représente le diamètre 2R de l'atome de carbone dans le diamant. Plus tard, en 1917, MM. P. Debye et P. Scherrer ont trouvé d'une manière analogue pour cette même distance minima dans le graphite la valeur $1{,}45 \cdot 10^{-8}$ cm.

Il est intéressant de voir comment on peut déterminer le diamètre 2R au moyen des formules de mon article [*Sur le passage des rayons photoniques par les atomes* (*Journal de Phys. et le Radium*, 7e série, 3, 1932, p. 390)].

$$1 - \frac{\delta}{d+\delta} = \frac{4}{3}\,\frac{N^3\pi(R^3 - a^3)}{1 - N^2\pi a^2}, \tag{7}$$

$$a = \alpha + \beta\lambda, \tag{9}$$

$$k = 1 - \frac{\delta}{d+\delta}\,\frac{1}{n^2}, \tag{3}$$

$$k = 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{\nu}{n}\,\frac{dn}{d\nu}. \tag{4}$$

Les formules (7) et (3) sont valables pour le passage des rayons de longueur d'onde λ dans un milieu parfaitement transparent pour eux, homogène et isotrope. N^3 représente le nombre d'atomes dans l'unité de volume, ce qui donne pour le diamant en prenant pour sa densité à la température ambiante 3,514 et pour le nombre d'Avogadro $6{,}0644 \cdot 10^{23}$, $N^3 = 1{,}776 \cdot 10^{23}$; n est l'indice de réfraction, a est la distance moyenne, comptée à partir du centre du noyau atomique, jusqu'à laquelle les rayons en question peuvent pénétrer. Les paramètres α et β de la formule (9) peuvent être déterminés des mesures d'absorption des rayons X. D'après le tableau VII, p. 13 du même travail on a, en exprimant a et λ en 10^{-11} cm, pour le carbone les valeurs

$$10^{11}\alpha = 0{,}0727 \pm 0{,}0024, \qquad \beta = 0{,}0001004 \pm 0{,}0000095.$$

Enfin $d + \delta$ est la distance moyenne de deux atomes prise dans le sens de la propagation de la lumière, la partie d représentant le trajet moyen effectué par le photon à l'intérieur de l'atome, dans l'éther polarisé et δ représentant le trajet dans l'éther libre. k est le coefficient d'entraînement

de Fresnel. Pour déterminer $\delta/d+\delta$ il suffit de comparer la formule (3) avec la formule équivalente (4) de M. H. A. Lorentz, ce qui donne

$$1-\frac{\delta}{d+\delta}=-n\lambda\frac{dn}{d\lambda}.$$

La réfraction du diamant a été mesurée par M. B. Walter en 1891. Il a trouvé pour les lignes spectrales

C($\lambda=0,65628$), $n_C=2,41000$; D(0,58930), 2,41734; E(0,52695), 2,42694; F(0,48615), 2,43539; G(0,43077), 2,45141; H(0,39685), 2,46476.

En posant, pour la raie D,

$$\frac{dn}{d\lambda}=(n_C-n_E):(\lambda_C-\lambda_E)$$

et d'une manière analogue pour les autres raies, on trouve que $1-\delta/d+\delta$ pour les trois raies D, F, G est égal respectivement à 0,1866, 0,3012, 0,3473. Nous avons ainsi toutes les données nécessaires pour déduire de (7) le rayon R. Le calcul donne pour les trois raies en question, en 10^{-8} cm,

$$2R=1,44,\quad 1,50,\quad 1,54.$$

Plus tard, en 1902, M. F. F. Martens ayant mesuré de nouveau la réfraction du diamant est parvenu à la formule de dispersion

$$n^2=1,8755+\frac{3,7905\lambda^2}{\lambda^2-0,12456^2},$$

qui s'accorde aussi bien avec ses propres mesures qu'avec celles de M. Walter. En employant cette formule pour déterminer d'une manière plus précise les $dn/d\lambda$, et en effectuant de nouveau le calcul pour les trois raies en question, nous obtenons pour 2R les valeurs 1,44, 1,48, 1,58, qui sont presque identiques aux précédentes.

Toutes ces valeurs s'accordent parfaitement avec les valeurs expérimentales citées ci-dessus. L'accord serait moins bon si nous avions fait notre calcul pour une radiation ultraviolette, par exemple. Mais nous ne devions pas le faire, nos formules (7) et (3), ainsi que la formule (4) de M. H. A. Lorentz n'étant valables que pour les radiations suffisamment éloignées des bandes d'absorption. Au contraire, il faut faire ressortir le fait que ce sont les valeurs calculées précisément pour cette partie du spectre pour laquelle le diamant est le plus transparent, qui s'accordent si

bien avec les mesures spectrométriques de M. Bragg et de MM. Debye et Scherrer.

Cet accord de nos valeurs avec les valeurs expérimentales est non seulement intéressant parce que nous pouvons ainsi déterminer les dimensions atomiques d'un élément par des mesures qui n'ont rien à faire avec sa structure atomique, à savoir par des mesures sur la réfraction normale de la lumière et l'absorption des rayons X, mais il a une grande portée théorique. En effet, cet accord serait impossible si l'une quelconque de nos équations (7), (9) et (3) était fausse. Mais toutes ces équations ont été déduites par l'application de la règle « que les photons ne pénètrent dans l'intérieur des atomes qu'aux niveaux d'énergie eV égale à leur quantum $h\nu$, niveaux où ils éprouvent, en l'absence des électrons, une diffusion cohérente », et si cette règle n'était pas juste, elles seraient nécessairement fausses toutes les trois. Notre règle doit être juste, et le présent travail constitue pour elle un contrôle nouveau très sérieux.

OPTIQUE. — *Variations de phase par réflexion sur couches métalliques très minces*. Note [1] de M. **P. Rouard**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'étude de la variation de phase que subit la lumière quand elle se réfléchit sur un métal à l'intérieur d'un milieu transparent (verre, mica) a été maintes fois entreprise. Malheureusement les résultats obtenus par les différents auteurs ne concordent pas. Wiener [2] ainsi que Buisson et Macé de Lépinay [3] trouvent que cette réflexion produit un retard de phase. Drude [4] et Kath [5] concluent à une avance; enfin Wernicke [6] trouve tantôt une avance, tantôt un retard suivant l'état du métal.

J'ai repris cette étude en employant des couches de métal d'épaisseur très lentement croissante de façon à pouvoir suivre le passage de la réflexion dans le verre sur l'air à la réflexion dans le verre sur le métal. Comme la variation de phase pour la réflexion dans le verre sur l'air est considérée comme nulle, la détermination de la différence de phase existant entre la

---

(1) Séance du 16 janvier 1933.
(2) *Wid. Ann.*, **31**, 1887, p. 629.
(3) *Comptes rendus*, **137**, 1903, p. 312.
(4) *Wid. Ann.*, **50**, 1893, p. 595; **51**, 1894, p. 577.
(5) *Wid. Ann.*, **62**, 1897, p. 328.
(6) *Wid. Ann.*, **25**, 1885, p. 203; **51**, 1894, p. 448; **52**, 1894, p. 515;

lumière réfléchie dans le verre sur l'air et la lumière réfléchie dans le verre sur le métal donne la variation de phase due à la présence du métal.

Le métal est déposé par projection cathodique sur l'une des faces d'une lame à faces planes et parallèles. En décentrant très légèrement la lame par rapport à la cathode on obtient une couche de métal en forme de coin dont l'épaisseur varie depuis zéro jusqu'à un maximum qui est déterminé en métallisant simultanément une lamelle couvre-objet de microscope que l'on pèse avec une microbalance avant et après l'opération.

Cette lame métallisée est ensuite étudiée au moyen d'un montage analogue à celui employé par Buisson et Fabry [1] au cours de la mesure des longueurs d'onde des raies de l'arc au fer; une lentille donne d'une source lumineuse ponctuelle une image qui se forme sur la lame. La lumière se réfléchit, tombe sur une lame inclinée à 45° sur l'axe du faisceau, traverse une lentille au foyer de laquelle est placée la fente d'un spectrographe. On peut ainsi photographier simultanément les anneaux à l'infini que donne la lame pour chaque radiation de la source, d'abord quand la réflexion s'effectue dans le verre sur l'air puis dans le verre sur le métal. De la variation de diamètre des anneaux on déduit immédiatement le sens et la valeur de la variation de phase.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus pour l'argent. Les retards de phase sont inscrits avec le signe —, les avances sans aucun signe, le tout en fractions de longueur d'onde.

Épaisseurs en mμ.	404.	436.	4678.	4800.	5085.	5461.	5780.
0,5.....	0,00	0,01	—0,05	—0,03	—0,02	—0,10	—0,11
0,9.....	0,01	—0,01	—0,06	—0,09	—0,06	—0,11	—0,12
1,2.....	0,02	—0,02	—0,03	—0,04	—0,08	—0,14	—0,16
1,6.....	0,11	0,06	0,00	—0,04	—0,11	—0,14	—0,15
2,0.....	0,09	0,13	0,08	0,06	—0,13	—0,14	—0,15
2,3.....	0,11	0,16	0,18	0,15	—0,16	—0,20	—0,21
2,7.....	0,21	0,23	0,30	0,30	—0,16	—0,22	—0,22
3,1.....	0,21	0,25	0,32	0,34	—0,08	—0,32	—0,27
3,3.....	0,20	0,25	0,34	0,35	0,25	0,04	—0,04
3,6.....	0,19	0,25	0,33	0,36	0,36	0,17	0,03
3,8.....	0,20	0,26	0,31	0,36	0,37	0,43	0,46
4,0.....	0,20	0,26	0,29	0,34	0,38	0,40	0,49
4,5.....	0,21	0,27	0,30	0,30	0,36	0,37	0,42
5,0.....	0,24	0,23	0,24	0,27	0,27	0,33	0,33
5,5.....	0,27	0,27	0,29	0,30	0,30	0,31	0,32
6,0.....	0,26	0,27	0,26	0,27	0,28	0,29	0,29
6,5.....	0,24	0,25	0,23	0,25	0,25	0,24	0,23
7,0.....	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,29	0,28

[1] *Journ. Ec. Polyt.*, **13**, 1908, p. 424.

On voit que la variation de phase pour la réflexion verre sur argent est d'abord un retard qui, après avoir passé pour chaque longueur d'onde par un maximum, diminue et s'annule quand l'épaisseur croît. Elle devient ensuite une avance qui croît très rapidement, passe elle aussi par un maximum, décroît et se stabilise aux environs de 0,30 λ. L'épaisseur de métal qui annule la différence de phase croît en même temps que la longueur d'onde. Dans la réflexion mica-argent, on trouve des résultats tout à fait analogues.

Tous ces changements, très rapides, sont d'autant plus difficiles à mettre en évidence qu'ils se produisent pour des couches d'argent qui ont un pouvoir réflecteur extrêmement faible (¹). Les anneaux à l'infini que donne la lame de verre par réflexion disparaissent presque complètement. Cela explique probablement les résultats contradictoires signalés plus haut.

L'or a été l'objet d'une étude semblable dont les résultats seront publiés prochainement.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur l'évolution de l'image latente.* Note de M. C. Jausseran, présentée par M. Ch. Fabry.

On sait que deux images latentes obtenues dans des conditions identiques, mais à des époques différentes, se traduisent après développement par des densités optiques inégales, la densité la plus grande correspondant à la pose la plus ancienne, au moins pour tous les résultats non controversés.

Le phénomène peut avoir une allure exactement inverse sur certaines plaques du commerce. Je l'ai constaté sur les plaques Ilford panchromatic soft gradation. Le tableau suivant donne les densités obtenues sur une de ces plaques pour une durée d'exposition de 10 secondes et quelques éclairements en progression géométrique, lorsque l'impression précède le développement de 5 heures ou de 45 secondes. La plaque Ilford et une plaque Jougla grands instantanés étaient exposées simultanément derrière le même coin photométrique et dans le même châssis. Elles étaient développées ensemble pendant 6 minutes dans un révélateur au métol.

Age.	Ilford.					Jougla.			
5 heures.......	2,80	2,25	1,55	1,11	0,48	3,40	2,67	1,85	0,94
45 secondes......	3,03	2,45	1,67	1,20	0,56	3,25	2,50	1,58	0,88

(¹) Rouard, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 869.

Ce résultat a été obtenu sur toutes les plaques de ce type, même de numéros d'émulsion différents. Il n'est pas dû au fait qu'elles sont panchromatiques : des plaques Paget Prize panchromatic ont donné par exemple une évolution ayant l'allure habituelle.

Sur cette sorte de plaques Ilford le sens de la variation est le même qu'on éclaire la plaque soit en bleu soit en rouge. L'effet de la durée de développement est le même que sur des plaques présentant l'évolution habituelle, mais le révélateur à 10^g d'hydroquinone par litre manifeste mieux l'évolution qu'un révélateur à la même concentration de métol, contrairement à ce qui ce produit avec une plaque Jougla.

J'ai pu mettre en évidence que cette allure de l'évolution était due au moins à une substance soluble dans l'eau et dans l'alcool, probablement un des sensibilisateurs chromatiques utilisés. Sur une plaque de cette sorte, après lavage prolongé à l'eau ou à l'alcool et séchage complet avant toute exposition, l'évolution redevient normale pour certaines densités.

La manière dont se comportent les plaques Ilford montre que l'évolution n'est pas toujours un renforcement. On peut donc se demander si la présense à dose faible d'une substance capable d'inverser le sens de l'évolution ne pourrait pas changer l'allure de ce phénomène, lorsque le délai d'attente devient assez grand et donner ainsi naissance au maximun de renforcement parfois constaté.

On peut aussi préciser l'allure de l'évolution en étudiant si certains caractères de l'image développée autres que sa densité optique ne sont pas influencés par l'âge de l'image latente au moment de son développement et chercher ainsi à voir si les différences des conditions d'observation ne pourraient expliquer certaines discordances entre les divers observateurs.

J'ai étudié tout d'abord si l'affaiblisseur au ferricyanure de potassium agissait de la même manière sur des plages développées de densités égales mais provenant d'images latentes d'âges différents. Il n'en est pas ainsi. Si l'on représente graphiquement les densités après affaiblissement en fonction des densités avant affaiblissement, les points provenant des images latentes vieilles et ceux des images latentes récentes se placent sur deux courbes distinctes. Les différences des ordonnées des deux courbes pour la même abscisse atteignent parfois 0,20, mais sont souvent plus faibles; toutefois, en traitant un grand nombre de clichés, on obtient des résultats assez concordants pour pouvoir étudier les variations de ce phénomène selon la manière dont les clichés à affaiblir ont été obtenus. Pour des durées de développement faibles, les densités les plus grandes sont plus affaiblies

sur les poses récentes que sur les poses anciennes, tandis que l'inverse a lieu pour les densités faible. L'allure du phénomène s'inverse pour de longues durées de développement, la nature du révélateur ayant servi à obtenir les clichés à affaiblir ne semblant pas intervenir. Si l'on songe que l'hyposulfite de sodium peut jouer le rôle de faiblisseur très lent sur des plages déjà fixées, on peut se demander si son action sur l'image seulement développée ne pourrait pas expliquer le fait que dans certains cas les densités faibles sont diminuées par vieillissement.

Il résulte d'autre part de ces expériences que des densités égales d'âges différents ne sont pas identiques. Ce fait peut encore se montrer en comparant les densités mesurées en lumière parallèle et les densités en lumière diffuse. Un moyen simple de faire intervenir la diffusion consiste à mesurer ce qu'on appelle la densité efficace en effectuant un report du cliché étudié sur une plaque graduée à travers un coin. En opérant ainsi on constate que deux densités égales d'âge différents ne diffusent pas de la même manière. Si l'on porte en effet les valeurs ainsi obtenues des densités efficaces en fonction des densités en lumière parallèle du cliché original, on obtient deux courbes. L'une d'elles comprend tous les points relatifs à la pose ancienne, l'autre tous les points de la pose récente. La position relative de ces deux courbes est très analogue à celle des deux courbes considérées précédemment à propos de l'affaiblissement pour des conditions d'obtention du cliché original déterminées. Elles le restent d'ailleurs lorsque ces conditions varient. La diffusion de la lumière étant certainement en relation avec le nombre et la grosseur des grains d'argent réduit, il faut conclure de ces faits que pour deux densités égales d'âges différents la répartition de ces grains n'est pas la même, constatation déjà faite par E. R. Bullock ([1]).

En résumé, les résultats obtenus permettent de conclure que la densité ne suffit pas à caractériser une image développée et, de plus, que le nombre des variables intervenant dans l'évolution de l'image latente est si considérable que les conditions d'expérience utilisées par les divers observateurs peuvent difficilement être identiques.

([1]) *Science et Industrie photograph.*, 4, 1933, p. 6.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la photolyse des solutions aqueuses d'ammoniaque.* Note (¹) de M. Léon Gion, présentée par M. H. Le Chatelier.

J'ai étudié précédemment (²) l'action de la lumière ultraviolette sur les solutions aqueuses d'ammoniaque, en présence d'oxygène. J'ai montré qu'il se forme du nitrite d'ammonium et que l'ozonisation joue un rôle important dans cette action photochimique. Voici maintenant des résultats relatifs aux phénomènes photochimiques qui se produisent au sein d'une solution ammoniacale éclairée, en l'absence d'oxygène.

Après éclairement pendant une centaine d'heures, il ne se produit pas de nitrite, mais la lumière n'est pas restée sans action; en effet :

1° Dans le gaz ammoniac surmontant les solutions on trouve de l'azote et de l'hydrogène, le rapport H/N variant de 2,4 à 3.

2° Dans les solutions, on observe un fait nouveau. La réaction de Griess, caractéristique des nitrites, essayée *immédiatement* après l'ouverture de l'appareil reste négative; par contre, on peut mettre en évidence un pouvoir réducteur du liquide par le permanganate (2^{cm^3} de MnO^4K à 0,01 N sont décolorés par 17^{cm^3} de solution). Il y a donc formation d'un corps réducteur qui n'est pas du nitrite.

3° Un quart d'heure après l'ouverture à l'air de l'appareil, la réaction de Griess commence à devenir positive, puis elle s'accentue progressivement pendant 24 heures.

D'autre part, pendant ce même temps, le pouvoir réducteur diminue très sensiblement (en fin d'évolution : 2^{cm^3} MnO^4K à 0,01 N sont décolorés pour 39^{cm^3} de solution).

Avec un sensibilisateur (ZnO) dans la solution éclairée, on observe qualitativement les mêmes faits, mais le pouvoir réducteur au moment de l'ouverture de l'appareil est beaucoup plus grand (2^{cm^3} de MnO^4K 0,01 N pour 4^{cm^3} de solution). 24 heures après ce pouvoir réducteur a diminué notablement (2^{cm^3} de MnO^4K 0,01 N pour 15^{cm^3} de solution).

On peut interpréter ces faits en admettant la formation d'hyponitrite (³)

(¹) Séance du 16 janvier 1933.

(²) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 421.

(³) A cause de la très grande dilution, il a été malheureusement impossible de précipiter, dans les solutions éclairées, l'hyponitrite à l'état de sel d'argent.

dans la photolyse en l'absence d'oxygène (1)

$$4NH^4OH = (NONH^4 = NONH^4) + 4H^2 + 2H^2O.$$

En même temps, il y a photolyse du gaz ammoniac

$$2NH^3 = N^2 + 3H^2.$$

On rend compte de cette façon de la formation d'azote et d'hydrogène d'une part, et, d'autre part, de l'évolution à l'air dans l'obscurité, des solutions préalablement éclairées en l'absence d'oxygène (diminution du pouvoir réducteur).

J'ai constaté, en effet, que l'addition d'une petite quantité d'acide hyponitreux à une solution ammoniacale lui confère un pouvoir réducteur sans qu'il y ait réaction de Griess. Au bout d'un certain temps, la réaction de Griess devient positive, tandis que le pouvoir réducteur diminue.

Ces expériences complètent mes observations précédentes sur l'oxydation photochimique de l'ammoniaque.

On est conduit à admettre que la lumière agit simultanément de deux façons sur les solutions ammoniacales en présence d'oxygène : l'ozone formé par la lumière ultraviolette agit chimiquement sur les solutions pour donner du nitrite; de plus la lumière forme dans le liquide de l'hyponitrite qui s'oxyde immédiatement en nitrite. La concentration est limitée par la destruction photochimique du nitrite, comme le prouvent les expériences suivantes faites en présence d'oxygène et en récipient clos :

Temps d'éclairement (heures).	Pureté de O^2 initial (pour 100 de N^2).	Pour 100 de N^2 en fin d'éclairement.	N^2O^3 dans la solution.
44	0,6	7	20^{mg} au litre
179	0,87	28	20^{mg} »

On voit que la quantité d'azote que l'on peut attribuer à la décomposition photochimique du nitrite est proportionnelle au temps d'éclairement, la concentration en nitrite non détruit par la lumière restant constante à 5 pour 100 près.

(1) Cette hypothèse serait conforme aux travaux de Baudisch et Mayer (*Berichte dtsch. Chem. Ges.*, 45, 1912, p. 1771) qui ont été conduits à admettre le groupement nitroxyle = NOH comme intermédiaire dans l'évolution photochimique des composés azotés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Préparation des colloïdes par dispersion ultrasonique.* Note de M. **Néda Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note précédente(¹) nous avons vu que les ultrasons émis par le quartz oscillant transforment thixotropiquement un gel en sol. Sous l'influence de l'onde élastique, à température contante, le réseau quasi rigide du système est pulvérisé dans la phase liquide et l'état hydrosol apparaît avec la disparition complète de la rigidité viscosimétrique. En utilisant ce processus de dispersion ultrasonique à la limite de deux phases en contact, il est possible d'obtenir tout une série nouvelle de colloïdes. Ainsi les alliages métalliques à bas point de fusion (Darcet, Lipowitz, Roose, Wood) de même que le mercure peuvent se disperser dans l'eau, dans les alcools ou dans la glycérine. Le sodium, le potassium le cæsium ainsi que les alliages de ces métaux peuvent être émulsionnés dans le pétrole ou dans l'huile de vaseline. Enfin d'autres corps comme la gomme-gutte, le mastic ou le phosphore blanc se dispersent dans l'eau à la température ordinaire. Quant aux métaux à point de fusion plus élevé (plomb, étain, zinc, cuivre) la dispersion est beaucoup plus difficile et les particules dispersées ont des tailles très différentes ; dans ce cas lorsqu'on ultrasone une plaque de métal faisant partie d'une pile, la force électromotrice de la chaîne varie et indique une augmentation de la pression de dissolution de l'électrode ultrasonée. Ce résultat fait prévoir une pulvérisation excessivement fine pouvant aller jusqu'aux dimensions ioniques.

Pour obtenir la dispersion on place la surface de séparation des deux phases en contact perpendiculairement à la direction de propagation des ultrasons et à la distance x_0 du quartz. L'équation de l'onde plane émise

$$y = A_0 e^{-kx} \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} \right) \tag{1}$$

représente la distribution des élongations à l'époque t le long de la droite Ox normale à la surface émettrice. K est un coefficient d'amortissement dont l'expression générale (Langevin)

$$K = \frac{4\pi^2\nu^2}{\rho V} \left(\frac{2}{3} \frac{\eta}{V^2} + \frac{\varphi T \alpha^2}{2 J \sigma^2} \right) \tag{2}$$

(¹) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1824.



1. Alliage de Wood dans l'eau. Concentration $0^g,830$ par litre (mouvement brownien); photographié immédiatement après la préparation. Particules bien sphériques mais pas stables. — 2. Le même alliage de Wood après 2 heures. — 3. Le même, trois heures après la préparation. Les gouttelettes forment des grappes. Les alliages de Wood, Roose, Darcet et Lipowitz évoluent de la même façon lorsqu'ils sont préparés dans l'eau pure. Par agitation violente ou après 15" d'ultrason, on passe de l'état 3 à l'état initial 1 — (Thixotropie). — 4. Mercure dans l'eau; diamètre moyen d'un grain $0,7\,\mu$; concentration $1^g,06$ par litre; vif mouvement brownien. — 5. Mercure dans l'eau déposé sur verre par évaporation; les gouttelettes ne se déforment pas sous la pression de l'aiguille de dissection. — 6. Même mercure dans l'eau floculé par KOH $n/100$. — 7. Hg dans l'eau floculé par KOH $n/100$ et déposé sur verre; figures dues à la cristallisation du KOH carbonaté qui entraîne les gouttelettes liquides du mercure. — 8. Alliage de Na et K dispersé dans le pétrole. — 9. Même alliage qu'en 8 déposé sur verre et oxydé. Les carrés inscrits sur les figures comptent $10\,\mu$ de côté.

se réduit dans le cas des liquides (à faible coefficient de dilatation cubique α) à $K_e = \frac{8\pi^2\eta}{\rho V \lambda^2}$ avec $V = \lambda\nu = \sqrt{\frac{1}{\xi\rho}}$, η étant la viscosité, ρ la densité, V la vitesse de propagation, ξ le coefficient de compressibilité et λ la longueur d'onde. A la distance x_0, donc à la surface de séparation liquide I-liquide II (mercure-eau, sodium-huile), l'amplitude

$$A_{x_0} = A_0 e^{-\frac{8\pi^2\eta}{\lambda^2}\sqrt{\frac{\xi}{\rho}}x_0} \quad (3)$$

est parfaitement déterminée par les conditions de l'expérience. En particulier A_0 peut se mesurer directement au microscope en mettant au point les deux images extrêmes de la surface vibrante du quartz.

Lorsque le front de l'onde élastique frappe la surface de séparation x_0, une pellicule du liquide I (d'épaisseur A_{x_0}) est projetée dans le liquide II choisi comme milieu dispersant. Par ailleurs on a démontré qu'une telle lamelle liquide, uniforme et libre n'est pas stable et se transforme spontanément en un certain nombre de sphères. De cette manière deux liquides qui normalement ne se mélangent pas peuvent être finement dispersés en gouttelettes dont le diamètre peut descendre au-dessous de 1μ. Les microphotographies représentent quelques-uns de ces colloïdes.

La méthode qui vient d'être indiquée permet d'obtenir bon nombre de colloïdes métalliques *à la température ordinaire* et dans un milieu dispersant quelconque; les particules sont sphériques et par une protection convenable on peut les garder longtemps dans cet état. Alors que dans la méthode de Bredig les particules dispersées, de forme très variée, sont portées pendant la préparation à la température de l'arc électrique ce qui donne lieu à des réactions chimiques avec formation d'hydroxyde s'il s'agit d'autres métaux que l'or et le platine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Perfectionnement de la méthode générale de préparation des aldéhydes par dégradation des acides.* Note de MM. **G. Darzens** et **André Lévy**, présentée par M. Béhal.

La méthode de préparation des aldéhydes par dégradation des acides donnée par M. E.-E. Blaise [1] consiste essentiellement à transformer d'abord les acides du type $R-CH^2-CO^2$ en acides α-bromés puis en

---

[1] *Comptes rendus*, **138**, 1904, p. 697, et *Bull. Soc. chim.*, **31**, 1904, p. 354 et 483.

α-oxyacides. Ces derniers, préalablement transformés en lactides par chauffage ménagé dans le vide, sont enfin décomposés par distillation à la pression normale :

$$\begin{matrix} R-CH^2 \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-CHBr \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-CHOH \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-CH-O-CO \\ | \qquad\qquad | \\ CO-O-CH-R \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 2R-COH \\ + \\ 2CO \end{matrix}$$

L'ensemble de ces réactions montre que cette élégante méthode ne manque pas d'être assez laborieuse et qu'elle comporte, même après la préparation de l'α-oxyacide, deux phases : celle de l'obtention de la lactide puis celle de la décomposition finale.

D'autre part ces opérations successives amènent forcément à une diminution de rendement final en aldéhyde par rapport à l'acide servant de matière première. M. Bagard (¹) a, par la suite, montré que l'on pouvait avantageusement remplacer l'obtention de la lactide par l'acétylation du groupe OH, le dérivé acétylé de l'acide α-oxy se décomposant ensuite en une seule phase :

$$\begin{matrix} R-CH-CO^2H \\ | \\ O-CO-CH^3 \end{matrix} \rightarrow RCOH + CO + CH^3CO^2H.$$

Comme nous avons montré dernièrement (²) que les α-oxyacides alcoylés dans le groupe OH se préparent facilement par l'action des alcoolates alcalins sur les esters des acides α-bromés, il nous a paru intéressant de rechercher si l'alcoylation du groupe OH ne pouvait pas remplacer son acétylation.

L'expérience a pleinement confirmé cette supposition et il en résulte une nouvelle méthode de préparation des aldéhydes par dégradation des acides basée sur les réactions suivantes :

$$\begin{matrix} R-CH^2 \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-CHBr \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-CH-OAlc \\ | \\ CO^2H \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R-COH \\ + \\ CO+AlcOH \end{matrix}$$

La dernière décomposition de l'acide α-oxyalcoylé en aldéhyde est presque toujours quantitative, surtout en présence d'un peu de cuivre réduit.

D'autre part l'action des alcoolates alcalins en solution alcoolique est

(¹) *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, **1**, 1907, p. 307.
(²) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 181.

des plus aisées et donne un rendement quantitatif; l'ensemble constitue donc une méthode particulièrement recommandable pour la préparation de certaines aldéhydes de poids moléculaire élevé comme cela résulte des exemples suivants :

I. Par saponification de l'ester méthylique de l'acide α-méthoxyœnanthique $C^5H^{11}-CH(OCH^3)-CO^2CH^3$ préparé selon les indications de notre précédente Note, on obtient sans difficulté l'acide α-méthoxyœnanthique qui n'avait pas encore été décrit. C'est un liquide à faible odeur distillant sans décomposition à 122° sous 15mm.

Distillé à la pression ordinaire en présence d'un peu de cuivre réduit il se décompose en donnant l'hexanal avec un rendement de 70 pour 100 environ, c'est-à-dire égal à celui obtenu par M. Bagard par le dérivé acétylé, rendement très supérieur à celui du procédé primitif de M. E. Blaise (38 à 48 pour 100).

II. Par saponification de l'ester α méthoxylaurique on obtient de même l'acide α-méthoxylaurique non encore décrit, cet acide fond à 52° et distillé à 145° sous 4mm. Par distillation à la pression normale il donne l'undécanal avec un rendement de plus de 75 pour 100.

III. L'acide α-méthoxystéarique non encore décrit a été obtenu par saponification de l'ester méthylique correspondant; il fond à 62°,5 et distille sans décomposition à 190° sous 5mm. Par simple chauffage pendant une demi-heure à 300°, il se décompose nettement en donnant, avec un rendement presque théorique, l'aldéhyde margarique déjà obtenue par Le Sueur par la méthode de M. E. Blaise, mais avec un rendement de 60 pour 100 seulement.

Les rendements moins élevés de la méthode primitive de M. E. Blaise sont manifestement dus à la déshydratation facile des α-oxyacides qui ne s'observe plus avec les acides α-méthoxylés. Nous nous proposons de généraliser cette méthode et de l'appliquer également aux acides du type $RR'CH-CO^2H$ qui mèneront aux cétones.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques propriétés de la lactone d-xylonique.* Note de M. V. **Hasenfratz**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Comme suite aux recherches sur les lactones *l*-arabonique et *l*-ribonique que j'ai publiées, soit seul, soit en collaboration avec L.-J. Simon [1], je me suis proposé d'étudier la lactone *d*-xylonique.

L'oxydation du *d*-xylose a été effectuée selon l'excellente méthode de

(1) L.-J. Simon et V. Hasenfratz, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1165; V. Hasenfratz, *Ibid.*, **184**, 1927, p. 210.

G. Bertrand [1] et conduit, par l'intermédiaire du xylonobromure de cadmium, à la lactone *d*-xylonique sirupeuse.

Pour obtenir la lactone cristallisée, il est avantageux de se servir du *d*-xylonate de plomb, sel non encore décrit et qui, par sa facilité de cristallisation, s'obtient à l'état de pureté. On traite la solution aqueuse de lactone, maintenue à 60-70°, par CO^3Pb pur. Après cessation du dégagement de CO^2, on filtre, on décolore au noir et filtre de nouveau. La liqueur abandonne par refroidissement des cristaux très denses. Une nouvelle cristallisation dans l'eau fournit le xylonate de plomb pur, sous forme de prismes transparents, F = 59°, de formule $(C^5H^9O^6)^2Pb + H^2 5O$. (Analyse : trouvé pour 100 : H^2O, 14,32, Pb, 33,08; calculé pour le sel hydraté: H^2O, 14,36, Pb, 33,03). L'élimination complète de l'eau de cristallisation exige une quinzaine de jours; elle s'effectue dans le vide sec à une température qu'on porte progressivement à 70°.

Le *d*-xylonate de plomb est infiniment soluble dans l'eau chaude et peu soluble dans l'eau froide (1 partie de sel se dissout dans 55 parties d'eau à 18°) : cet écart de solubilité, à chaud et à froid, est particulièrement favorable à sa purification complète.

Le pouvoir rotatoire du sel hydraté est $[\alpha]_D^{18}$ (eau) $= -5°,9$.

A l'aide du xylonate de plomb, il est aisé de préparer avec certitude la lactone *d*-xylonique cristallisée. Un traitement par SH^2 de la solution aqueuse du sel, suivi d'une filtration, donne une liqueur que l'on concentre, d'abord dans le vide, puis au bain-marie jusqu'à poids constant. Le sirop incolore obtenu est dissous dans l'acétone; la solution acétonique laisse déposer lentement une couche solide formée par l'enchevêtrement de longs prismes incolores qui constituent la lactone *d*-xylonique. Cette lactone commence à fondre à 99°; sa fusion est totale à 103°, résultats en accord avec les constantes indiquées par Nef [2]. Elle a pour formule $C^5H^8O^5$. (Analyse : substance, $9^{mg},537$; CO^2, $14^{mg},133$; H^2O, $4^{mg},663$. Trouvé pour 100 : C, 40,41; H, 5,47. Calculé pour 100 : C, 40,54; H, 5,45.)

La lactone *d*-xylonique est très soluble dans l'eau, au sein de laquelle elle se transforme partiellement en acide *d*-xylonique. Son pouvoir rotatoire, quelques minutes après sa dissolution, est $[\alpha]_D^{15} = +85°,5$; il s'abaisse

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 5, 1891, p. 556; 15, 1896, p. 594.

(2) *Liebig's Ann.*, 403, 1914, p. 253. Voir aussi Clowes et Tollens, *Liebig's Ann.*, **310**, 1900, p. 175.

progressivement pour prendre les valeurs $+76°,6$ (après 2 jours), $+54°,2$ (8 jours), $+36°,3$ (14 jours), $+26°,4$ (26 jours), $+24°,2$ (39 jours).

La lactone *d*-xylonique se comporte donc comme une lactone stable; par suite, elle renferme un cycle furanique et doit être représentée par l'une ou l'autre des formules ci-dessous :

H OH H
CH^2OH—C——C——C——CO
H OH
——O——

ou

O
CH^2OH CO
H OH H
H OH

L'acide *d*-xylonique, par contre, est lévogyre. Son pouvoir rotatoire, déterminé par l'examen d'une solution de *d*-xylonate de plomb acidulée par NO^3H, est $[\alpha]_D = -12°,1$; il croît assez rapidement, s'annule, puis devient dextrogyre pour atteindre la valeur d'équilibre $+12°,6$ (3 jours). Il y a, dans ce cas, transformation partielle de l'acide *d*-xylonique en sa lactone.

Comme les lactones *l*-arabonique et *l*-ribonique, la lactone *d*-xylonique fournit, sous l'action de la chaleur, un mélange d'acides isopyromucique et pyromucique.

On sait que la lactone *l*-arabonique forme aisément des éthers cristallisés avec les alcools méthylique et éthylique. Ceux-ci sont sans action sur la lactone *d*-xylonique, même en présence d'acide chlorhydrique.

L'anhydride acétique, en présence de Cl^2Zn, réagit vivement sur la lactone *d*-xylonique. Le produit de la réaction, versé dans l'eau froide, donne une matière huileuse qui se solidifie lentement. Le dérivé acétylé, cristallisé dans l'alcool, forme des prismes ($F = 99°$) peu solubles dans l'eau et l'alcool froids, solubles dans l'eau bouillante et dans l'alcool chaud. L'analyse montre qu'on se trouve en présence du dérivé triacétylé de la lactone *d*-xylonique, de formule $C^5H^5O^5(C^2H^3O)^3$. (Substance : $7^{mg},070$; CO^2, $12^{mg},493$; H^2O, $3^{mg},187$. Trouvé pour 100 : C, 48,19; H, 5,04. Calculé pour 100 : C, 48,17; H, 5,11.) C'est un corps dextrogyre : $[\alpha]_D^{16}$ (alcool) $= +62°,4$.

Il convient de signaler la grande stabilité de la liaison lactonique dans la lactone triacétyl-*d*-xylonique; cette dernière, en effet, peut cristalliser au sein de l'eau sans qu'il y ait transformation en acide correspondant.

En résumé, la lactone *d*-xylonique s'obtient facilement cristallisée à partir du xylonate de plomb; elle se comporte comme une lactone stable

et, par suite, doit être considérée comme une lactone 1.4. Comme les lactones *l*-arabonique et *l*-ribonique, elle donne, par décomposition pyrogénée, un mélange d'acides pyromucique et isopyromucique. Par contre, la lactone *d*-xylonique ne fournit pas d'éthers méthylique et éthylique, ce qui la distingue de la lactone *l*-arabonique et la rapproche de la lactone *l*-ribonique.

Enfin, elle donne un dérivé triacétylé cristallisé dans lequel la liaison lactonique est particulièrement stable, même en présence de l'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un diméthyl-1.6-hexatriène-1.3.5.* Note de M. **Urion**, présentée par M. Matignon.

L'étude de la décomposition catalytique sur cuivre réduit de quelques α-glycols-α-éthyléniques m'a permis d'isoler, dans deux cas, des carbures dérivant de ces glycols par enlèvement des deux oxhydriles.

L'érythrol m'a ainsi conduit à l'érythrène :

$$CH^2 = CH - CHOH - CH^2OH \rightarrow CH^2 = CH - CH = CH^2,$$

le dipropénylglycol à deux diméthylhexatriènes :

$$\begin{array}{ccc} CH^3 - CH = CH - CHOH & & CH - CH = CH - CH^3 \\ | & \rightarrow & \| \\ CH^3 - CH = CH - CHOH & & CH - CH = CH - CH^3. \end{array}$$

Ce dernier glycol avait été préparé en réduisant par le couple zinc-cuivre l'aldéhyde crotonique ordinaire, à qui l'on attribue la structure *trans*. Il devait donc être constitué par un mélange de deux isomères, un inactif et un racémique, résultant des deux dispositions possibles des groupements oxhydriles dans l'espace, ces deux isomères présentant d'ailleurs la même configuration *trans* autour des deux liaisons éthyléniques.

Par enlèvement des oxhydriles on doit arriver normalement à deux diméthyl-1.6-hexatriènes-1.3.5, l'un *trans-cis-trans* dérivant du glycol inactif, l'autre *trans-trans-trans* du glycol racémique.

J'ai en effet réussi à isoler deux carbures :

L'un constitue la majeure partie de la fraction distillant de 137° à 143° sous 764^{mm} ; par rectification, je n'ai pas pu l'obtenir rigoureusement exempt de son isomère. Son étude s'est donc bornée à une identification par ses constantes, sa composition centésimale déterminée par combustion, et son indice de brome ; il conduit d'ailleurs à un hexabromure liquide.

Le second distille avec la fraction 144°-148° sous 764^{mm}. Il cristallise

facilement, ce qui m'a permis de l'extraire pur par essorage des cristaux. Je lui ai attribué la structure *trans* précisément parce qu'il bout et fond plus haut que son isomère. Il correspondrait à la formule développée :

```
CH³\        /H
    C=C          /H
H/      \C=C          /H
          /     \C=C
        H        /      \CH³
              H
```

Voici ses constantes physiques :

$$E_{764} = 147^{\circ}\text{-}148^{\circ}. \qquad E_{16} = 43^{\circ}. \qquad F = 52^{\circ},5.$$

$d_4^{23} = 0,7961$, $n_D^{27} = 1,5131$ (pour un échantillon surfondu),

RM $= 40,50$, RM théorique $= 37,74$, calculée avec les nombres d'Eisenlohr.

L'exaltation très forte (2,76) s'explique par la structure érythrénique du carbure, elle est un peu supérieure à la valeur 2,40 qu'on peut calculer à partir des constantes publiées pour l'hexatriène. Sa composition centésimale, vérifiée par combustion, est correcte. D'autre part, il absorbe énergiquement le brome en donnant uniquement un hexabromure solide qui, recristallisé dans l'alcool méthylique, a l'aspect de petites aiguilles blanches fondant à 122°. Un dosage a attribué à ce bromure la teneur en brome 81,24 pour 100, la formule $C^8H^{12}Br^6$ voudrait 81,63 pour 100.

Fraîchement préparé, ce carbure se présente sous forme de paillettes blanches, onctueuses au toucher, à odeur forte. Abandonnés à l'air, ces cristaux se transforment au bout de quelques jours en une résine de couleur ambrée, qui, observée au microscope polarisant, cesse de rétablir la lumière entre nicols croisés. Cette gomme a conservé une consistance molle, elle est demeurée très élastique, c'est un véritable caoutchouc.

Ayant remarqué, sur une solution chloroformique, que la résinification se développait sur les parois du récipient au niveau de la surface libre du liquide, j'ai pensé qu'elle était due à une oxydation. Cette hypothèse s'est trouvée confirmée : d'une part des cristaux placés en tubes scellés et dans le vide se conservent sans altération sensible, d'autre part en atmosphère d'oxygène, ils passent rapidement à l'état de gomme en provoquant un vide partiel dans l'appareil.

Enfin l'odeur de cette gomme est toute différente de celle du carbure, elle rappelle celle des queues de distillation de l'aldéhyde crotonique. D'ailleurs par agitation avec le réactif de Schiff, elle lui communique intensément la coloration bleue des aldéhydes éthyléniques; enfin elle ne présente pas de réaction acide au tournesol.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude d'émétiques dérivés de l'acide lactique.* Note de MM. **Volmar** et **Betz**, présentée par M. Delépine.

Conformément à la théorie de Jungfleisch [1], Moritz et Schneider [2] ont montré que les acides-alcools, en solution aqueuse, fixent l'acide antimonieux et forment en présence de leurs sels alcalins ou alcalino-terreux des composés analogues aux émétiques.

Nous nous sommes proposé d'étudier la formation et la constitution d'émétiques particulièrement simples, dérivés d'un acide ne renfermant qu'une fonction alcool et une fonction acide, l'acide lactique.

La solubilité de l'acide antimonieux dans les solutions acides de lactates a déjà été signalée par divers auteurs. Moritz a montré que cette réaction était limitée. Moritz et Schneider [2] ont isolé un dérivé sodique auquel ils attribuent la formule $(C^3H^5O^3)^2SbONa^2, C^3H^5O^3$. Avec le lactate de potassium, on n'a obtenu que des solutions incristallisables.

I. *Influence sur la fixation de l'acide antimonieux des proportions d'acide lactique et de lactate alcalin à température fixe et temps constant.* — Nous avons préparé différents mélanges constitués de la façon suivante : acide lactique (de fermentation), 10^{cm^3} de concentration normale; soude normale, n^{cm^3}; eau, q. s. pour 10^{cm^3}; oxyde antimonieux (précipité à chaud), 1^g, n pouvant prendre des valeurs comprises entre 0 et 10. Nous avons opéré à la température du bain-marie bouillant en ayant soin d'éviter les pertes d'eau et en agitant mécaniquement pendant toute la durée de l'expérience (2 heures). L'enrichissement progressif en antimoine de la solution a été suivi iodométriquement, par la méthode de Mohr-Frésénius. Les résultats obtenus ont été réunis dans le tableau suivant :

Acidité $= (10 - n)$	0	0,7	1,85	3	5	7,65	10
I N/10 (vol. pour 5^{cm^3} de filtrat)	0,3	0,4	2,8	4,5	5,85	4,65	1,1

L'acide lactique seul dissout bien de l'acide antimonieux, contrairement aux indications d'Adam [3], mais cette fixation est faible et la présence simultanée de lactate de sodium l'augmente notablement. En portant en abscisse l'acidité libre, en ordonnée le nombre de centimètres cubes de I N/10

(1) *Bull. Soc. ch.*, 2e série, **40**, 1883, p. 98.

(2) *Zeits. phys. Chem.*, **41**, 1902, p. 129; *Zeits. angw. Ch.*, **16**, 1903, p. 34; **17**, 1904, p. 1143.

(3) *Comptes rendus*, **118**, 1894, p. 1274.

employés, on obtient une courbe présentant un maximum de fixation pour la concentration équimoléculaire d'acide lactique et de lactate de sodium.

En opérant avec les lactates de potassium et d'ammonium, nous avons obtenu une courbe analogue présentant un maximum de fixation également pour la concentration équimoléculaire; les quantités d'oxyde absorbées sont les mêmes qu'avec le lactate de sodium. Les antimoniolactates en solution pouvant être considérés comme entièrement dissociés, nous en concluons que l'ion complexe formé doit être le même dans les trois cas.

II. *Fixation de l'acide antimonieux en fonction du temps.* — Nous avons opéré sur une solution équimoléculaire d'acide lactique et de lactate de sodium et nous avons prolongé l'opération pendant plusieurs heures en suivant la fixation de l'acide antimonieux par un titrage iodométrique de l'antimoine. Nous sommes arrivés aux résultats suivants :

Temps	20^m	40^m	2^h	6^h	8^h	26^h	27^h
I N/10 (cm^3 employés)	5,20	5,5	5,85	6,3	6,55	7,05	7,05

La courbe correspondante est analogue à une courbe d'éthérification.

En appliquant à cette réaction la loi d'action de masse, on constate que la quantité d'émétique formé au cours de l'expérience peut être représentée par une expression analogue à celle qui représente la quantité d'éther formé par action d'un acide sur un alcool.

III. *Préparation de l'antimoniolactate de sodium cristallisé.* — Nous nous sommes placés dans les conditions que les expériences précédentes nous ont montré les meilleures : nous avons opéré au bain-marie bouillant avec un mélange équimoléculaire d'acide lactique et de lactate de sodium et prolongé l'opération pendant 3 heures; après décantation de l'excès d'acide antimonieux, le filtrat a été évaporé à consistance sirupeuse; par refroidissement, il s'est déposé des aiguilles prismatiques incolores qui ont été essorées à la trompe, puis lavées deux fois à l'alcool à 95°, une fois à l'alcool absolu et séchées.

Caractères. — L'antimoniolactate de sodium se présente sous forme de cristaux prismatiques incolores subissant vers 230° la fusion pâteuse, en se décomposant partiellement. Ils sont peu solubles dans l'alcool, surtout absolu; solubles dans l'alcool méthylique : 1/20 à 15°, 1/12 à l'ébullition; 1/24 dans le phénol fondu (40°), mais insolubles dans d'autres dissolvants organiques.

L'antimoniolactate de sodium se dissout dans l'eau en donnant une solution qui s'hydrolyse immédiatement avec mise en liberté d'acide antimo-

nieux, et la réaction est accompagnée d'une légère absorption de chaleur. La présence de corps à fonction alcoolique tels que glycérine, acide lactique ou lactate de sodium la retardent; l'addition d'un mélange d'acide lactique et de lactate de sodium ou d'un tartrate l'empêchent même complètement.

L'acide sulfhydrique précipite dans les solutions lactiques la totalité de l'antimoine; le composé est donc nettement moins stable que l'émétique tartrique.

Composition. — Le dosage de l'antimoine, du sodium, de l'acide lactique libre nous a donné des résultats correspondant à la formule brute

$$(C^3H^4O^3)^2NaH(SbOH).$$

Le poids moléculaire approché, déterminé par cryoscopie dans le phénol fondu, permet d'attribuer à M la valeur 338.

La formule développée peut s'écrire :

$$\begin{array}{ccc} CH^3 - CH - CO^2Na & & CH^3 - CH - CO^2H \\ \quad\;\; | & & \quad\;\; | \\ \quad\;\; O & \text{———} \; Sb(OH) - & O \end{array}$$

LITHOLOGIE. — *Sur les micaschistes du Léon.*

Note (¹) de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. Ch. Barrois.

A l'extrême pointe de la Bretagne, en pays de Léon, affleurent des micaschistes connus depuis les travaux de M. Charles Barrois comme « micaschistes à staurotide et à grenat ». C'est au port du Conquet qu'on peut, grâce à la haute falaise marine, en bien saisir le développement. Ils se poursuivent au Nord et au Sud.

Je voudrais consigner ici les résultats de quelques observations faites au cours de ma campagne géologique de l'été dernier.

Le clivage de ces micaschistes plonge au Sud sous un angle de l'ordre de 45°. Les cristaux de staurotide et de grenat se répartissent par lits qui tantôt sont dans le sens du clivage, tantôt lui sont obliques. On repère, dans ce dernier cas, la position de charnières qui permettent de déceler, au travers de la masse des micaschistes clivés, des plis, assez aigus d'ailleurs, marqués par l'alternance de lits à staurotide et à grenat et de lits sans ces minéraux.

(¹) Séance du 16 janvier 1933.

On tire de cette observation l'idée d'une hétérogénéité primitive du matériel dont dérivent, par métamorphisme, les micaschistes, et qui a fourni des lits « à minéraux », témoins d'une stratification originelle.

L'examen micrographique des roches permet de voir, d'autre part, que les cristaux de staurotide sont postérieurs au plissement. On suit, dans leur masse, le jalonnement, par de petits cristaux de quartz détritiques, des zones plissotées. Les prismes mêmes des cristaux de staurotide interrompent, en certains cas, leur developpement dans un sens pour le poursuivre dans un autre quand change le sens de la courbure d'un plissotement; et il s'agit, bien entendu, d'un cristal unique non tordu mécaniquement. Toutes choses qui se comprennent en fonction même de ce qu'est la substance de la staurotide, c'est-à-dire un silicate d'alumine intimement uni dans son architecture à un composé ferreux, qui ne pouvait se développer que là où elle trouvait les éléments de son corps; la matière génératrice du micaschiste étant un dépot sédimentaire de constitution complexe : une argile, au sens géologique du mot.

A ce point des observations on peut conclure que, des masses argileuses ayant été plissées, un métamorphisme les atteignît, producteur de minéraux variés, et qui durait pendant la tension qui suivit le plissement de telle sorte que les micas s'orientèrent et que devint ainsi possible le clivage du matériel.

Mais ce n'est pas tout. Effectivement, les micaschistes sont gaufrés. J'entends par là que leurs clivages font apparaître des plis. Ceux-ci sont relativement larges au Conquet où leur axe est dirigé comme la ligne de plus grande pente des dalles. Plus au Sud, ils sont plus fins (le gaufrage est plus serré) et leur axe s'incline vers l'horizon. Les actions dynamiques de cet ordre subies par le micaschiste se manifestent en outre par les réactions plastiques de ce dernier sur des lentilles ou des filonnets quartzeux; et l'on voit aussi qu'en certaines zones le micaschiste est violemment froissé.

On est alors immédiatement amené à conclure que les micaschistes du Conquet ou des régions avoisinantes offrent les traces de deux séries d'actions dynamiques : une première série qui a permis le plissement général du matériel primitif, puis la production de sa schistosité pendant son métamorphisme; une deuxième série qui a provoqué la déformation du matériel élaboré, manifestée par le gaufrage ou le froissement de celui-ci.

Mais il convient alors d'examiner les relations des micaschistes et des granulites de la région. On voit très bien, d'une part, que les granulites peuvent imprégner les micaschistes, les digérant plus ou moins et les trans-

formant en les « gneiss granulitiques » de M. Charles Barrois; transformations qui, comme on peut s'en rendre compte en examinant les falaises au nord du Conquet (anse des Blancs-Sablons), sont postérieures aux séries d'actions dynamiques précitées. On voit aussi très bien, d'autre part (plage et criques du Trez-Hir), que les granulites recoupent les micaschistes, ceux-ci ayant encore subi les deux séries d'actions dynamiques tandis que la granulite n'est que faillée, se comportant comme une roche intacte là où le micaschiste est lui-même violemment dynamisé.

Or on sait qu'en Bretagne méridionale les granulites furent atteintes par la seconde phase paroxysmale du plissement hercynien et qu'elles ont, en Cornouailles, subi d'importantes déformations.

C'en est assez, à mon sens, pour permettre de conclure que la déformation des micaschistes du Conquet et des régions avoisinantes est antérieure à cette seconde phase paroxysmale hercynienne; que, dès lors, c'est à la première qu'il faut rapporter les efforts qui ont provoqué tant le gaufrage des micachistes que leurs déformations, et qu'en fin de compte la génération même des micaschistes de cette région est antehercynienne.

GÉOLOGIE. — *Le Crétacé supérieur de la partie occidentale de la province de Burgos*. Note de M. **Raymond Ciry**, présentée par M. Ch. Jacob.

Le régime des grandes lagunes, tantôt marines, tantôt lacustres, qui a régné dans la partie occidentale de la province de Burgos pendant tout le Crétacé inférieur ([1]), prend fin au Cénomanien, dont le caractère marin et transgressif est bien marqué. A partir de ce moment, jusqu'au Tertiaire, la mer a occupé sans interruption toute la région, dans laquelle la série stratigraphique s'établit de la façon suivante :

Cénomanien. — Par la nature de ses sédiments surtout gréseux, le Cénomanien présente encore de grandes analogies avec les dépôts antérieurs à faciès wealdien. L'examen de la faune permet de distinguer deux faciès : un faciès à Ostracés (*Ostrea flabellata*, *Exogyra columba*, etc.), particulier à la région méridionale, et un faciès à Orbitolines (*Orbitolina concava*, *O. aperta*), exclusivement représenté au Nord de la latitude de Villarcayo. Du point de vue lithologique, les différences entre les deux domaines sont peu marquées : partout dominent des grès plus ou moins argileux. Toute-

([1]) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 198.

fois, dans la région septentrionale se rencontrent plus fréquemment des calcaires gréseux, voire même localement (Vallée du Rio Nela entre Santélices et Puentedei) des calcaires compacts à *Caprines* et des marnes à *Neolobites*.

Enfin, dans la même région septentrionale, aux environs d'Espinosa de los Monteros, on observe le passage de la partie supérieure des grès cénomaniens à des dépôts de faciès plus profond, constitués par des alternances répétées de lits de marne et de bancs de calcaire marneux, noduleux, gris bleuâtre.

Turonien inférieur. — Il est partout bien caractérisé par une faune d'Ammonites : *Mammites Revelierеanus*, *M. nodosoides*, *Pseudaspidoceras salmuriensis*, *Vascoceras subconciliatum*, *Thomasites Meslei*, *Pseudotissotia Bajonai*, *Neoptychites cephalotus*, *Puzosia* cf. *planulata*, etc., qu'accompagnent des Échinides, des Gastéropodes et des Lamellibranches.

La différence de faciès entre les régions septentrionales et méridionales, à peine sensible au Cénomanien, s'accentue. Dans le Sud, le caractère détritique persiste quoique atténué : les marnes à Céphalopodes peu épaisses coexistent avec des grès. Dans le Nord au contraire, dans la dépression qu'emprunte la voie ferrée de La Robla, les niveaux gréseux ont totalement disparu. Tout le sous-étage a pris le faciès des calcaires marneux intercalés de marnes qui apparaissait déjà, près d'Espinosa, dans la partie supérieure du Cénomanien et qui plus loin vers le Sud-Est, dans la région de Vitoria, prend un développement considérable et paraît envahir tout le Crétacé supérieur.

Turonien supérieur. — Il est représenté d'une façon très constante par des calcaires compacts qui m'ont donné, en divers points (Barrio Panizares, Cornejo, etc.), des Radiolites et des Hippurites (*Vaccinites præcorbaricus* V. cf. *giganteus*). Jouant un rôle important dans la topographie, ces calcaires constituent notamment la falaise qui domine au Sud la dépression du chemin de fer de La Robla entre Santélices et Espinosa et paraissent se prolonger à l'Est, dans la vallée de Mena, jusqu'aux environs d'Orduña.

Coniacien. — Au-dessus des calcaires précédents, viennent des marnes d'âge coniacien, dans lesquelles j'ai signalé déjà l'existence d'une belle faune d'Ammonites [1].

Santonien. — Le Santonien est mal caractérisé paléontologiquement. Il comprend des calcaires clairs, compacts, m'ayant fourni par place quelques

---

[1] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 755.

Radiolites peu déterminables et des niveaux avec des Alvéolines encore à l'étude; à la partie supérieure viennent des calcaires à débris roux et des calcaires dolomitiques jaunes ou rouges.

Campanien. — Il lui revient une série calcaire à Radiolites et Hippurites (*Orbignya Heberti* et ses variétés *Verneuili* et *Vidali*, *Vaccinites Archiaci*), dans laquelle se rencontrent aussi des niveaux à Lacazines.

Maestrichtien. — Présent dans toute ma région, cet étage n'est bien caractérisé que sur les Hauts-Plateaux de Sedano et dans l'auréole du bassin tertiaire de Medina del Campo et de ses dépendances. Aux environs de Sedano, il est représenté par des marnes, des grès et des calcaires grèseux à Lacazines et à Rudistes (*Orbinya radiosa*, *Biradiolites ingens*, *Apricardia*, etc.). Dans l'auréole du bassin de Medina, sur la bordure septentrionale entre Torme et Sobrepeña, il comprend : à la base, des grès et des calcaires gréseux à Lacazines et Hippurites (*Orbignya Lamarcki*, *O. Lapeirousei*), puis des argiles bariolées sans fossiles, au-dessus desquelles enfin se placent de nouveaux calcaires gréseux roux qui renferment une faune abondante du niveau de Gensac : *Lepidorbitoides socialis*, *L. gensacicus*, *Omphalocyclus macropora*, *Hemipneustes* cf. *pyrenaicus*, *Alectronia larva*, *Nerita rugosa*, etc.

Ces niveaux se retrouvent sur la bordure occidentale du bassin, où ils supportent en concordance des calcaires à Alvéolines et à petites Nummulites de l'Éocène inférieur. A l'Ouest d'Incinillas, ils dessinent un diverticule synclinal, dont le village de Mundoval occupe à peu près le centre, et qu'épousent les calcaires éocènes. Toute la série se retrouve enfin sur la bordure méridonale, au pied de la Sierra de Testa. Mais tandis que les niveaux inférieurs conservent partout leurs caractères, le niveau supérieur à Orbitoides, tant dans le synclinal de Mundoval que dans la Sierra de Testa, devient progressivement grèseux et n'est plus fossilifère.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur une lacune de la théorie classique des marées.* Note de M. **Otto Pettersson**.

L'attraction du Soleil et de la Lune exerce sur le mouvement des molécules de l'eau et de l'air une influence dont l'étude constitue la théorie des marées et a occupé les savants depuis le temps de Newton et de Laplace. De nombreuses séries d'observations faites dans les mers scandinaves depuis 1907, ayant mis nettement en évidence des phénomènes nouveaux, à pério-

dicité semi-diurne, qui ne s'accordaient pas avec les principes de la théorie présente, on me permettra d'esquisser ici une solution possible de cette anomalie.

Les molécules liquides et gazeuses, qui constituent l'hydrosphère et l'atmosphère, se trouvent réparties, selon leur densité, dans des couches bornées par des surfaces équipotentielles géoïdales, dont la surface de la mer est la plus importante. Les molécules de l'eau ne peuvent pas franchir ou quitter cette surface sans une dépense considérable d'énergie. La chaleur rayonnante du Soleil peut favoriser ce passage peu à peu par l'évaporation, mais la force gravitationnelle F du Soleil et de la Lune, qui se monte seulement à 2 ou 3 dix-millionièmes de la pesanteur g, ne peut vaincre la résistance de la force g combinée avec celle de la pression de l'atmosphère.

Conséquemment, la force verticale F est sans aucun effet sur les mouvements superficiels de la marée montante et descendante, les seuls qu'on ait connus d'abord. Néanmoins, cette force, qui ne peut produire une déformation visible dans la surface libre de la mer, agit au travers de la superficie sur les molécules d'eau dans l'intérieur où la pesanteur est neutralisée par l'immersion, et la loi de Newton éliminée par la loi d'Archimède. Chaque molécule d'eau située sur la verticale, sous le champ de force du Soleil et de la Lune, reçoit donc par la force F l'impulsion de s'élever vers la surface.

Pour un milieu incompressible, comme l'eau enfermée dans le domaine océanique, c'est le principe de Varenius qui prévaut :

Si pars oceani movetur, totus oceanus movetur ;

ce qui veut dire qu'un mouvement ascendant dans l'intérieur est compensé par un mouvement descendant de masses égales dans une autre partie du liquide, ce qui amène la nécessité de l'idée d'une circulatlon dans l'Océan, causée par les forces traitées par Laplace dans la *Mécanique céleste*. J'ai réussi à calculer la valeur de cette force F relativement à g et j'ai trouvé, à l'époque de l'équinoxe d'automne, le 22 septembre 1930 à 12^h :

$$F = +1,922.10^{-8}\,g \text{ à } 0^o \text{ lat. (équateur : force ascendante)}$$

et

$$F = -0,942.10^{-7}\,g \text{ à } 90^o \text{ (pôle Nord : force descendante)};$$

ce qui veut dire que le poids d'une colonne d'eau prise dans l'Atlantique à la profondeur de 4000^m était diminué de $0^{kg},788$ à l'équateur et augmenté dans le bassin polaire de $0^{kg},387$, par l'action newtonienne du Soleil et de

la Lune. La force résultante qui, à ce moment, dirigeait un courant de la mer polaire à l'équateur dans les profondeurs de l'océan Atlantique était de $1^{kg},175$ pour chaque mètre carré.

La conclusion que je tire de ce qui précède est qu'il existe une connexion intime entre la force des marées et la circulation océanique. Cette circulation serait des plus simples si l'eau de la mer était homogène. En réalité, elle est très complexe, parce que l'eau de la mer est formée de couches de différente densité, dont les surfaces limites présentent le caractère de niveaux équipotentiels. Parmi ces niveaux, on en trouve un qui, dans la dynamique de la mer, joue un rôle important parce qu'il sépare la couche supérieure de moindre densité (la *troposphère* de l'Océan) de la couche intérieure (la *stratosphère*). Cette surface a le caractère d'un niveau équipotentiel, mais à l'encontre de la surface supérieure, laquelle est gouvernée par la force puissante de la pesanteur, elle est d'une extrême mobilité sous l'action des mouvements ascendants et descendants, causés par la variation rythmique de la force verticale F des marées. On trouve cette surface, qu'on pourrait appeler la « tropopause » de l'Océan, à une profondeur d'environ 17^m dans le Kattegat, à 100^m dans l'Atlantique équatoriale et à 15^m dans le Gullmarfjord, où le premier effet de la marée interne, avec une amplitude d'environ 15 à 25^m et une périodicité de 27 jours, fut observé en 1909 et 1910 et méconnu comme incompatible avec la théorie alors prévalente (voir O. Krümmel, *Océanographie*, II).

La conclusion que je tire de ce qui précède est que la force verticale F, *dont l'impuissance à produire des phénomènes de marée de surface a été reconnue* 150 *ans auparavant par Laplace* (voir *Mécanique céleste*, V, Livre 13), *a le pouvoir de causer des mouvements d'une marée interne dans l'Océan.*

Tel est le contenu du traité formant ma contribution à la discussion des spécialistes convoqués par le Bureau en 1931 et 1932, en vue d'élucider le phénomène de la marée interne, méconnu par les savants de notre temps (voir H. Jeffries, *Geographical Journal*, et A. Defant, *Meteor. exp.*, Bd 7, Part I), lequel traité sera publié avec l'assentiment du Bureau central dans les Rapports du Conseil international pour l'exploration de la mer.

Remarques sur la Communication précédente, par M. **E. Fichot.**

M. Otto Pettersson n'est pas le premier à signaler que l'approximation faite par Laplace en négligeant l'accélération verticale devant l'accélération

horizontale dans le problème des marées risque de se trouver insuffisante dans certains cas. Il est visible, en particulier, que l'observation la met en défaut dans les régions où, par suite d'interférences, le courant reste constamment nul tandis que l'amplitude de l'oscillation verticale peut être relativement considérable (mer d'Irlande, au voisinage de l'île de Man).

D'autre part, l'hypothèse laplacienne du déplacement en bloc des molécules d'une même verticale n'est légitime que lorsque la profondeur est faible devant la longueur d'onde : elle peut donc être infirmée dans certains domaines restreints dont les périodes d'oscillations propres seraient courtes.

Dans ses leçons professées au Collège de France, les 6 et 11 février 1931, notre confrère M. Marcel Brillouin a soumis ces principes à une critique serrée et il a élaboré une théorie plus complète tenant compte de l'accélération verticale.

Il a montré que, si les hypothèses de Laplace sont suffisantes pour l'étude d'ensemble des océans, certains bassins isolés, profonds et peu étendus, peuvent effectivement présenter des surfaces nodales superposées et se trouver le siège d'une propagation verticale [1].

Autant qu'on en peut juger par l'exposé succinct de M. Pettersson, les nouveaux phénomènes observés dans les régions scandinaves viendraient confirmer les résultats théoriques de M. Brillouin. Mais il convient avant de conclure d'attendre la publication de l'Ouvrage annoncé par l'éminent océanographe danois, car les raisons sommaires qu'il a données dans sa Note ne semblent pas pouvoir être acceptées sans réserves.

PALÉOBOTANIQUE. — *Valeur morphologique du rachis primaire des Cladoxylées et des Zygoptéridées.* Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons décrit jadis (1909) en détail la structure si particulière du rachis primaire de la fronde des Zygoptéridées. Cet organe a la structure d'un axe : il possède deux plans de symétrie rectangulaires; il porte quatre files d'appendices, émis par paires alternativement à droite et à gauche, les deux appendices (R_2) d'une même paire étant coalescents à la

(1) Marcel Brillouin et Jean Coulomb, *Oscillations d'un liquide pesant dans un bassin en rotation* (Gauthier-Villars, 1933).

base (*fig.* 1). Dès 1909, R. Kidston et Gwynne Naughan faisaient remarquer que la structure du rachis primaire des Zygoptéridées ne pouvait

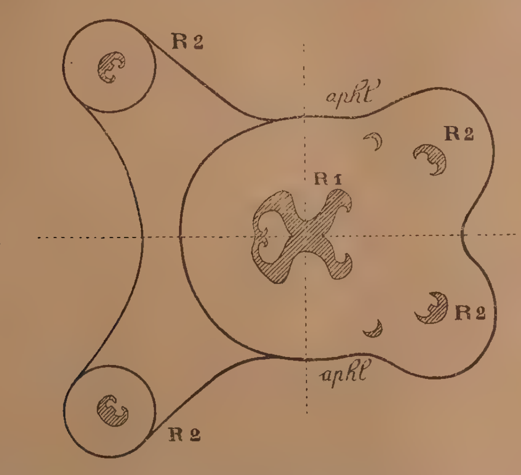


Fig. 1. — Ramification d'un rachis primaire de Zygoptéridée (*Diplolabis Römeri* Göpp.). *aphl*, faisceaux destinés aux aphlébies.

s'expliquer que si cet organe était dressé verticalement à la manière d'un stipe.

Il est intéressant d'examiner à ce point de vue les rachis primaires des *Clepsydropsis*, qui représentent, comme nous l'avons annoncé récemment (19 décembre 1932), les périodes des *Cladoxylon*. Nous prendrons comme

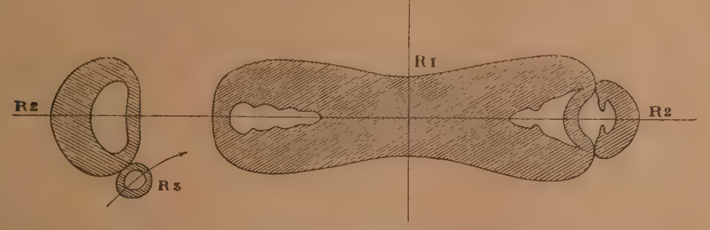


Fig. 2. — Ramification d'un rachis primaire de Cladoxylée (*Clepsydropsis excelsa* P. B.). On n'a représenté que les masses ligneuses.

exemple le *Clepsydropsis excelsa*, qui appartient au *Cladoxylon tæniatum*. Le rachis primaire possède une seule lame ligneuse R_1 (clepsydre), pourvue d'une boutonnière (faisceau primitif) à chaque extrémité. R_1 émet à ses deux extrémités des anneaux sortants, R_2, destinés aux pétioles secondaires et qui donnent à leur tour des anneaux, R_3, destinés aux pétioles tertiaires (*fig.* 2).

Nous voyons qu'il n'y a que 2 files de pétioles secondaires (et non 4 comme chez *Diplolabis* et *Zygopteris*). R_2 ne paraît pas subir de dichotomie, mais son plan de symétrie est perpendiculaire au plan de symétrie principal de R_1.

Les rachis secondaires ont une *symétrie bilatérale*, une structure dorsiventrale; ce sont eux les *vrais organes foliaires*, les vrais pétioles.

Les rachis primaires (c'est-à-dire les *Clepsydropsis*) sont des *axes supports;* ils ont une symétrie axiale avec deux plans de symétrie rectangulaires. Mais les organes foliaires qu'ils portent ont nécessairement une structure dorsiventrale. Ce sont les anneaux sortants R_2, qui sont comparables aux traces foliaires des Osmondacées, coupées très bas, au voisinage de leur insertion sur le système vasculaire du stipe.

De même chez les Zygoptéridées, les rachis primaires ne sont pas de vrais pétioles, ce sont des axes supports; ce sont en effet des sortes de stipes très simplifiés, en ce sens qu'ils ne possèdent qu'une seule masse ligneuse bi- ou quadripolaire. Ce sont les rachis secondaires qui sont les vrais pétioles, et là encore, on remarque que le système vasculaire de ces rachis secondaires rappelle parfois le système en fer à cheval des pétioles d'Osmondacées (*Diplolabis*).

En définitive, ce que nous avons appelé *rachis primaires* chez les Zygoptéridées et chez les Cladoxylées (*Clepeydropsis*) représente en réalité des axes supports, des stipes si l'on veut, différenciés en vue de porter les organes foliaires. C'est là en quelque sorte une catégorie de membres intermédiaires entre le stipe et la fronde et qui ne sont plus représentés chez les Fougères actuelles.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la formation du périthèce chez* Microsphæra *quercina* (*Schw.*) *Burr.* Note de M. **J. Raymond**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Cette Érysiphée est abondamment répandue dans toutes les régions de la France. Mais, pour des causes non encore élucidées, sa forme parfaite de fructification ne se rencontre régulièrement, chaque année, que dans une partie très restreinte de notre pays embrassant quelques départements de la basse vallée du Rhône.

Notre matériel d'observation a été récolté les 19 et 20 septembre dernier, partie à Poët-Laval (Drôme), partie aux environs d'Avignon. Grâce à

l'obligeance de M. E. Foëx et de M. J. Jœssel, à qui la région d'Avignon est des plus familières, nous avons pu, dirigé par eux, recueillir de nombreux échantillons. Ces derniers ont été fixés sur place, débités ensuite en coupes minces de $2^{\mu},5$ à 10^{μ}, enfin colorés à l'hématoxyline ferrique selon la méthode de Heidenhain.

L'origine du périthèce est tout d'abord indiquée par deux courts articles issus latéralement de deux filaments mycéliens voisins dont ils s'isolent par une cloison (*fig.* 1). Ces deux articles se dressent au-dessus du thalle, arrivent au contact et tendent à un enroulement réciproque. Tous deux sont uninucléés et l'un est presque toujours plus volumineux que l'autre.

Sur le rôle de ces organes chez les Ascomycètes, l'opinion reste partagée



Fig. 1. Fig. 2.

entre deux écoles, celle de Harper qui reconnaît à ces formations un rôle sexuel effectif, et l'école de Dangeard qui considère ces organes comme déchus de leur fonction reproductrice ancestrale.

Or, en ce qui concerne *M. quercina* (Schw.) Burr., nos observations nous conduisent à prendre nettement position en faveur de la seconde opinion.

Pas plus, en effet, au stade où les deux organes prétendus sexuels existent seuls, que plus tard, lorsque le péridium est déjà représenté par une ou plusieurs assises de cellules, nous n'avons pu observer de mise en communication de ces organes, grâce à laquelle le contenu de l'un, noyau et cytoplasme, pût se déverser dans l'autre. Notre figure 2 est, à cet égard, fort démonstrative. On y voit la pseudo-anthéridie renfermant encore son noyau dégénéré *in situ*, et réduit à l'état de granule chromatique, alors qu'à côté, l'ascogone, bourré de protoplasme granuleux, pourvu de son noyau avec nucléole et caryolymphe, se montre plein de vitalité.

Cet état se modifie rapidement. Le volume de l'ascogone s'accroît et son noyau subit plusieurs mitoses. Des cloisons s'édifient et l'ascogone se trouve bientôt représenté par un petit groupe de cellules, trois ou quatre, dont l'une, terminale ou non, est binucléée, les autres ne renfermant qu'un

seul noyau (*fig.* 3). De son côté, la paroi du conceptacle ne reste pas inactive; elle présente, à ce moment, deux assises de cellules, quelquefois trois, auquel cas les éléments de l'assise la plus interne s'allongent côte à côte en direction radiale. La branche anthéridienne, comprimée de plus en plus entre l'ascogone et le péridium, ne tarde pas à disparaître. Dans les coupes faites à ce stade, les cellules de l'ascogone se distinguent aisément par la richesse et la chromaticité de leur contenu.

Dès lors, l'attention doit se porter sur l'article binucléé ascogonial, déjà signalé, et dont nous allons suivre le devenir. Grâce aux mitoses de ses

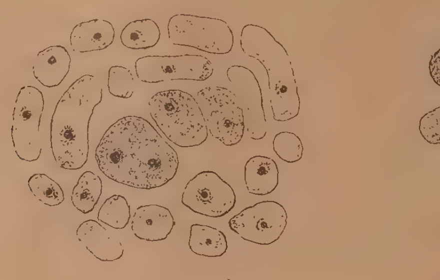


Fig. 3. Fig. 4.

deux noyaux, cet article passe bientôt à l'état plurinucléé, et, de sa surface, naissent des bourgeons dans lesquels s'engagent les noyaux. Ce sont les futurs hyphes ascogènes. Nous n'avons pu nous rendre exactement compte du développement progressif de ces derniers, mais il n'est pas douteux qu'il s'effectue selon le processus décrit par Harper dans *Erysiphe communis* Wallr.

Un peu plus tard, en effet, les hyphes ascogènes se montrent divisés en articles uninucléés, sauf quelques-uns, chez lesquels on compte deux énergides. Ces articles binucléés sont les diplogamètes (*fig.* 4). Dans un même périthèce, les uns se présentent à cet état, tandis que d'autres, plus avancés, offrent un noyau beaucoup plus volumineux résultant de la caryogamie « dangeardienne ».

Des observations qui précèdent, nous tirons les conclusions suivantes :

1° Le processus par lequel se constitue le périthèce chez *M. quercina* (Schw.) Burr. ne s'écarte en rien de celui déjà décrit pour d'autres espèces d'Erysiphées où le nombre des asques est supérieur à l'unité.

2° Les organes dont l'apparition annonce le début d'un périthèce et que leur disposition morphologique pourrait faire interpréter comme une

anthéridie et un organe à rôle sexuel effectif, ne sont que des organes témoins ayant perdu leur fonction au cours de l'évolution.

3° Dans le cycle évolutif de l'espèce considérée, nous n'assistons, en fait de fusion nucléaire, qu'à une seule, celle qui a lieu, comme nous venons de le voir, à la base de l'asque, à un stade, par conséquent, très avancé du développement du périthèce.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Caractères microchimiques des composés oxyflavoniques, leur localisation dans les vacuoles.* Note de MM. **A. Guilliermond** et **R. Gautheret**, présentée par M. Molliard.

On sait que les composés oxyflavoniques sont très répandus chez les Végétaux, mais jusqu'ici, en dehors de la réaction indiquée par G. Klein (cristallisation des flavones sous forme de chlorures par les vapeurs de HCl), de la précipitation par l'acétate de plomb préconisée par R. Combes et du jaunissement par les alcalis, on ne connaît aucun procédé permettant de déceler microchimiquement ces composés que la plupart des cytologistes ont confondus avec les tanins. Nous avons cherché des réactions susceptibles de les caractériser dans les vacuoles elles-mêmes.

Nous avons choisi, comme matériel, les cellules de l'épiderme des pétales de diverses fleurs jaunes ou blanches dont les cellules dépourvues de tanins renferment, dans leurs vacuoles, une solution de composés oxyflavoniques (Tulipe, Jacinthe, Narcisse, Œillet), et que nous avons étudiées comparativement avec des cellules à tanins (tige de Rosier). Toutes ces fleurs ont fourni, par le procédé de Klein, des cristaux de chlorures flavoniques jaunes (aiguilles et surtout sphérocristaux), parfois localisés dans les cellules elles-mêmes, mais le plus souvent déposés contre les parois cellulaires. Le tableau indique les réactions obtenues à la fois dans les vacuoles et sur des extraits de composés oxyflavoniques des fleurs étudiées. Ces extraits obtenus par trituration dans l'alcool, filtrés, fortement concentrés et étendus d'eau, ont été soumis aux réactifs indiqués. Nous avons répété les mêmes réactions sur un composé oxyflavonique pur, extrait des fleurs de Narcisse par R. Combes.

	Composés oxyflavoniques.			Tanius.	
	Dans la vacuole.	Dans les extraits.	Produit pur.	Dans la vacuole.	En solutio
Alcalis	Coloration jaune très marquée	Coloration jaune très marquée	Coloration jaune très marquée	Coloration brun rouge, parfois jaune	Coloration riant avec centration rose au ro brun, pou être jaune à concentra moyenne
Acétate de Pb	Précipités jaunes	Précipités jaunes	Précipités jaunes	Précipités blancs	Précipité b
Ion Fe^{+++}	Coloration gris vert ou brun clair	Coloration brun noir	Coloration brun noir	Coloration brun noir, parfois précipités noirs	Coloration noir intens
OsO^4	Coloration gris brun de la vacuole	Coloration gris brun	Coloration gris brun	Coloration noir intense, avec souvent précipités noirs	Coloration n
NO^3Ag	Formation de petites particules d'Ag réduit, beaucoup plus abondante avec NO^3Ag ammoniacal	Coloration gris brun	Coloration gris brun	Formation de petites particules d'Ag réduit, beaucoup plus abondante avec NO^3Ag ammoniacal	Coloration brun avec Ag ammoni
Chloromolybdate d'ammonium	Coloration jaune pâle	Coloration jaune pâle	Coloration jaune pâle	Précipités jaunes ou rouges	Précipité ja ou rouge
Acéto-tungstate de Na	Coloration jaune pâle	Coloration jaune pâle	Coloration jaune pâle	Précipités jaunes	Précipité ja
$Cr^2O^7K^2$ et CrO^3	Coloration brun très pâle plus nette avec CrO^3	Coloration brun très pâle appréciable seulement au comparateur d'un appareil à pH	Brunissement très net	Précipité jaune brun	Précipité ja brun
$Fe(CN)^6K^3$ + NH^3aq.	Coloration brun rougeâtre très pâle	Coloration brun rougeâtre très pâle	Coloration brun rougeâtre très pâle	Précipité rouge brun	Précipité ro brun

	Composés oxyflavoniques.			Tanins.	
	Dans la vacuole.	Dans les extraits.	Produit pur.	Dans la vacuole.	En solution.
Alcaloïdes	Aucune précipitation	Aucune précipitation	Aucune précipitation	Précipités blancs	Précipité blanc
olorants vitaux	Virage des bleus de crésyl, de toluidine, de méthylène et de Nil au bleu vert et du rouge neutre au rouge framboise avec précipités plus colorés de colloïdes divers	Virage des bleus de crésyl, de toluidine, de méthylène et de Nil au bleu vert et du rouge neutre au rouge framboise mais sans précipités	Virage des bleus de crésyl, de toluidine, de méthylène et de Nil au bleu vert et du rouge neutre au rouge framboise mais sans précipités	Même virage du suc vacuolaire accompagné de précipitation du tanin	Même virage
oupes fixées par a méthode de Regaud ($Cr^2O^7K^2$ + formol)	Les composés oxyflavoniques ne se conservent pas et les vacuoles apparaissent incolores	—	—	Conservation du tanin sous forme de précipités brun jaune	—
oupes fixées par a méthode de Meves (CrO^3 + OsO^4)	Les composés oxyflavoniqués ne se conservent pas	—	—	Conservation du tanin sous forme de précipités noirs ou blancs	—

Certaines de ces réactions sont nettement différentielles pour les composés oxyflavoniques et les tanins. Prise isolément, chacune de ces réactions n'a qu'une valeur restreinte, mais leur ensemble permet de reconnaître les composés oxyflavoniques, à condition toutefois que ceux-ci ne coexistent pas, dans les vacuoles, avec des tanins, auquel cas seuls l'acétate de plomb et surtout la réaction de Klein, lorsqu'elle est possible, permettent de déceler les composés oxyflavoniques.

PHYSIOLOGIE. — *Technique pour l'étude des muscles de l'œil chez les Sélaciens.* Note de Mlle **S. Nouel**, présentée par M. L. Mangin.

Étant au laboratoire de Saint-Servan nous avons eu à notre disposition un matériel de choix pour l'étude de la musculature oculaire. Nous avons

opéré sur des roussettes. Ces poissons abondent en effet dans les parages de Saint-Malo, plus exactement au nord-ouest de l'île Cézembre.

Dès 1930 nous avons pu établir une circulation d'eau de mer permettant la survie de l'animal en parfait état pendant de longues heures et nous avons fait quelques expériences sur l'excitabilité des muscles extrinsèques.

Nous avons employé une anode en argent que nous avons placée dans la bouche de l'animal et nous avons construit une cathode punctiforme en fil d'argent préalablement chloruré dénudée seulement sur une petite portion de sa longueur (le fil d'argent dépassant un mince tube de verre effilé).

Avec ce dispositif d'une part et d'autre part les appareils employés généralement pour la mesure de la chronaxie par la méthode des décharges de condensateurs, nous avons tout d'abord, en recherchant le ou les points moteurs, observé les variations qu'on obtient en déplaçant la cathode le long du muscle.

Soient : 1, 2, 3, 4 les muscles droits examinés.

Expérience I.

Muscle 1.		Muscle 2.		Muscle 3.		Muscle 4.	
Rhéob.	Chronaxie Cap. (1).	Rhéobase.	Chronaxie Cap.	Rhéobase.	Chronaxie Cap.	Rhéobase.	Chronaxie Cap.
1	30	1	32	–	–	3,5	50
1	32	0,9	32	0,8	34	3,4	45
1	37	–	–	–	–	5,2	30
–	–	–	–	–	–	5,2	27

Le dernier chiffre obtenu sur le muscle 4 (capacité 27 millièmes de microfarad nous a incités l'année suivante, en août et septembre 1931, à faire plusieurs expériences aussi rigoureuses que possible (2) permettant de préciser les conditions dans lesquelles nous obtenons ces chiffres plus petits.

(1) Dans les expériences, et dans celles qui suivent, les capacités sont évaluées en millièmes de microfarad. Le calcul donne des chronaxies très voisines de celles des muscles rapides chez le même animal.

(2) Cette série d'expériences a été faite avec le concours de M. Kajiwara.

Expérience II.

Muscle 1.		Muscle 2.		Muscle 3.		Muscle 4.	
	Chronaxie		Chronaxie		Chronaxie		Chronaxie
Rhéob.	Cap.	Rhéobase.	Cap.	Rhéobase.	Cap.	Rhéobase.	Cap.
2,5	20	0,9	20	1,4	20	–	–

Nous avons rencontré des difficultés d'ordre physique dans la détermination de la chronaxie du muscle 4, ce muscle étant situé sous le globe oculaire et baignant dans le liquide. Nous avons donc repris des mesures sur le muscle 4 d'une autre Roussette.

Expérience III.

Rhéobase.	Chronaxie.	
2,4	25	Le premier chiffre 25 est obtenu en posant la cathode précisément au point moteur.
3	30	Pour la deuxième mesure, la cathode a été déplacée légèrement et se trouve au voisinage du point moteur.

Cette dernière expérience a été reprise sur le *grand oblique*. Nous avons eu les chiffres suivants :

Expérience IV.

Rhéobase.	Chronaxie.	
6,9	35	Au voisinage du point moteur.
7,8	40	Positions de l'électrode variant le long du muscle.
9,1	50	
8,2	50	
4,7	25	
6,8	60	
2,2	25	Au point moteur.

Expérience V. — Sur un autre muscle nous avons obtenu des chiffres variant de 35 à 45 pour six mesures, la septième mesure nous a donné le chiffre 80.

Cette première étude nous a montré tout d'abord combien il importe, dans des expériences comparatives, de préciser non seulement les conditions de passage de courant en notant la position exacte de la cathode, mais encore la méthode d'observation des seuils : toutes ces déterminations ont dû être faites à la loupe, le muscle étant bien éclairé.

Les muscles de l'œil chez les Sélaciens, semblent, par leur disposition anatomique particulière, être favorables pour des recherches sur l'excitabilité neuro-musculaire.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Comparaison du métabolisme respiratoire de l'Anguille à quelques stades de son développement.* Note de Mlle **Anne Raffy**, présentée par M. Joubin.

Divers auteurs ont déjà mesuré les échanges respiratoires de l'Anguille[1]. Récemment, Terroine et Delpech [2] ont vérifié qu'ils variaient en sens inverse du poids.

Ces différents résultats se rapportent à des individus adultes, dont l'état physiologique n'est généralement pas précisé. Or l'Anguille présente, au cours de son développement, des formes dont les différences individuelles sont des plus marquées. Il nous a paru intéressant de comparer entre elles les consommations d'oxygène des principales de ces formes, espérant apporter ainsi quelques données nouvelles et utiles pour la compréhension physiologique et biologique du remarquable cycle de métamorphoses de cette espèce, d'un intérêt à la fois théorique et pratique tout particulier.

Nous avons envisagé au point de vue respiratoire les Civelles, les petites Anguilles jaunes à organe de Syrski (sexe non encore différencié), de jeunes Anguilles jaunes femelles (pesant de 30 à 50^{g} et originaires des marais de la Sarthe), de grosses Anguilles jaunes de poids variable; enfin les individus en état d'activité génitale : mâles ou femelles argentés.

Tous les sujets de nos expériences provenaient du Bassin de la Loire. Nous les avons tous fait respirer dans l'eau douce.

Nous pouvons, en premier lieu, remarquer d'après nos résultats, qu'à l'exception des Civelles qu'il est difficile de peser avec précision en raison de leur petitesse et de l'abondance de leur mucus, les différentes anguilles respirent d'autant plus activement que leur poids est plus faible, à quelques irrégularités près.

Nous donnons ici dans le Tableau I, les mesures relatives aux Anguilles jaunes à organe de Syrski, aux Anguilles femelles de la Sarthe, aux Anguilles argentées mâles et femelles.

---

(1) Jolyet et Regnard (1877), Bounhiol (1905), Montuori (1913), Gardner (1922).

(2) *Annales de Physiologie et de Physico-chimie biologique*, 7, 1931, p. 341-381.

TABLEAU I.

N°.	Poids.	Oxygène consommé en cm³ par heure.	Oxygène consommé en cm³ par gramme-heure.
Anguilles jaunes à organe de Syrski (tempér. : 13°).			
1	35^g,5	3	0,084
2	37	2,298	0,062
3	38	2,55	0,067
4	40	2,025	0,050
Anguilles femelles de la Sarthe (tempér. : 17°).			
1	30	3,036	0,101
2	40	3,540	0,088
3	50	3,77	0,075
Anguilles argentées mâles (tempér. : 17°).			
1	35	4,140	0,117
2	50,5	5,012	0,098
3	52	5,414	0,104
4	59	4,930	0,083
5	62	5,922	0,083
6	66	4,188	0,063
Anguilles argentées femelles (tempér. : 17°).			
1	485	33,8	0,069
2	1110	59,7	0,053
3	1195	56,5	0,047
4	1270	42	0,033

En second lieu, nous avons établi un Tableau II comparant l'activité respiratoire des différentes formes à une même température de 17°.

Nous avons pris les moyennes de plusieurs mesures quand les poids étaient voisins. Nous donnons plusieurs chiffres quand les individus appartenant à la même forme offraient de grandes différences de taille. La moyenne des poids des femelles de la Sarthe est un peu supérieure à celle des poids des mâles, mais on peut voir d'après le Tableau I que les poids de ces deux formes se chevauchent. Les moyennes, fournies par d'autres individus (ayant figuré dans des expériences d'un autre ordre), conduisent à placer les mâles avant les femelles de la Sarthe. En tout cas, ces deux formes sont de poids extrêmement voisins et les respirations sensiblement égales.

TABLEAU II.

Température : 17°.	Poids moyen.	Oxygène consommé en cm^3	
		par heure.	par gramme-heure.
Civelles	g 0,231	0,037	0,161
Anguilles jaunes à organes de Syrski	33	3,346	0,100
» femelles de la Sarthe	40	3,540	0,088
» argentées mâles	54	4,935	0,091
» jaunes femelles	90	7,435	0,082
» »	430	29,580	0,069
» femelles argentées	485	33,8	0,069
» »	1191	52,7	0,044

Les diverses formes de l'Anguille consomment, à une même température, d'autant plus d'oxygène qu'elles sont moins lourdes. Le sexe ne semble pas avoir d'influence, les mâles se rapprochent des petites femelles de poids voisin, les Anguilles femelles se classent par ordre inverse de taille, non selon leur activité génitale. Il faut toutefois remarquer que les sujets de nos expériences n'étaient pas à leur complète maturité sexuelle. Quoi qu'il en soit, pour les formes que nous avons étudiées, la règle des tailles (exprimées en poids) est vérifiée par rapport aux différentes formes, comme elle l'est sensiblement, pour chaque forme, par rapport aux différents individus.

A $15^h 25^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.